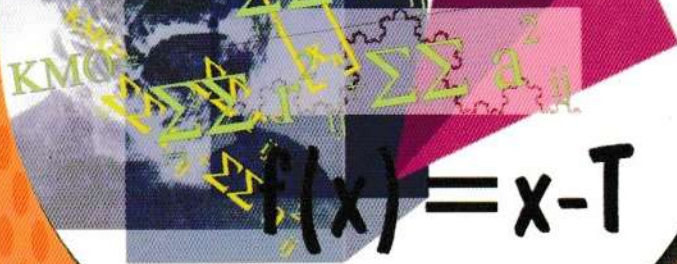


GEOMETRIA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Juan Carlos Ramos Leyva

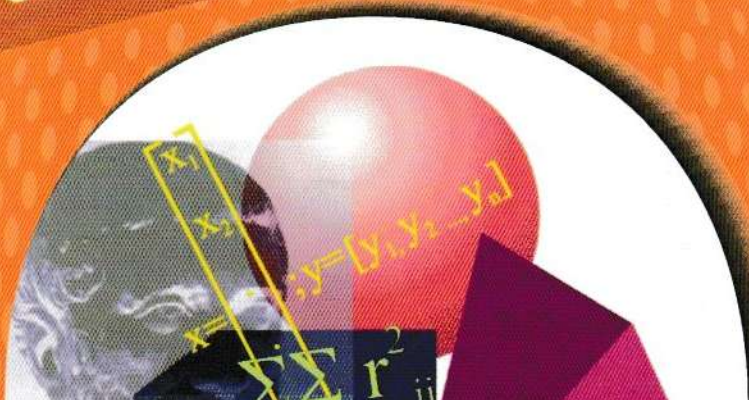
FONDO EDITORIAL
ARODO

2

El polinomio - Productos Notables

Teoría y Práctica

A
L



2

El Polinomio Productos Notables

Teoría y Práctica

A
L
G
E
B
R
A



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Juan Carlos Ramos Leyva

FONDO EDITORIAL
ARODON



PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **BOLETINES DE ÁLGEBRA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

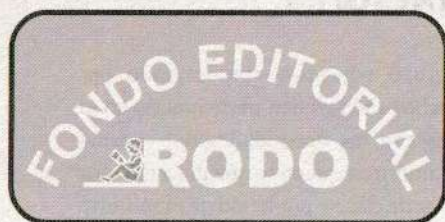
Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO

De: Walter Z. Benítez Nuñez.

EL POLINOMIO - PRODUCTOS NOTABLES



ÁLGEBRA - BOLETÍN 02, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © 2012 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Calle Doña Rosa 392 Of. 401 - Surco

LIMA 03, PERÚ ☎ 426-3852 📠 992-796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2012 - 12680

EQUIPO PEDAGÓGICO

Juan Carlos Ramos Leyva

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

En Talleres Gráficos de CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

EXPRESIONES ALGEBRAICAS**DEFINICIÓN**

Se denomina así a la reunión de letras y números (variables y constantes) que se encuentran ligadas por las seis operaciones matemáticas elementales o alguna combinación de estas en un número limitado de veces. La representación simbólica que permite reconocer las variables de una expresión es llamada notación matemática.

- $P(x)$ Es la expresión P de variable x : $P(x) = 4x^3 - \sqrt{2}x + \frac{1}{2}$
- $F(x; y)$ Es la expresión F de variables $x \wedge y$: $F(x; y) = x^4 - xy^{-1} + 5x + \sqrt{3}y - \frac{1}{x}$

**OBSERVACIÓN**

En una expresión algebraica ninguna variable podrá formar parte de algún exponente y/o índice de un signo radical, así pues las expresiones:

- $P(x) = 2 + x^2 - 3^x$
- $F(x) = \sqrt[x]{5} + 3 - x$

No son algebraicas, así mismo según la definición las expresiones:

- $Q(x) = 1 + x + x^2 + \dots$
- $R(x; y) = x^2 - \log x + 3\cos(xy) - y$

También no son algebraicas a todas estas expresiones se les denomina expresiones trascendentes.

TÉRMINO ALGEBRAICO

Es aquella expresión algebraica en la cual no existen operaciones de adición y/o sustracción, veamos algunos ejemplos:

- $P(x) = 5x^4$
- $F(x; y) = x^{-2}y$

Todo término algebraico presenta tres partes: coeficiente, variables y exponentes.

- $M(x; y) = -7x^4y^{-2/3}$
- Diagram illustrating the components of the term $M(x; y) = -7x^4y^{-2/3}$:
- exponentes**: Points to the exponents 4 and $-2/3$.
 - variables**: Points to the variables x and y .
 - coeficiente**: Points to the coefficient -7 .

TÉRMINOS SEMEJANTES

Son aquellos términos que presentan las mismas variables y con respecto a la variable en común iguales exponentes.

$$\bullet \quad M(x; y) \equiv 5x^4 y^3 \wedge N(x; y) \equiv -2x^4 y^3$$

Son términos semejantes y se les representa así:

$$5x^4 y^3 \sim -2x^4 y^3$$

CLASIFICACIÓN DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS**I. EXPRESIÓN ALGEBRAICA RACIONAL (E.A.R.)**

Es aquella expresión donde sus variables se encuentran afectadas solo por exponentes enteros y se subdividen en:

- 1) **Enteras:** Si todas sus variables se encuentran en el numerador afectadas solo por exponentes naturales.

$$\bullet \quad P(x) \equiv x^4 + \frac{1}{3}x^2 - x + 5$$

$$\bullet \quad F(x; y) \equiv 5x^7 - 4xy^4 - \sqrt{2}y$$

- 2) **Fraccionarias:** Si al observar al menos una variable en el denominador, esta presenta exponente entero positivo.

$$\bullet \quad P(x) \equiv x^5 - 2x^3 + \frac{1}{x} + 1$$

$$\bullet \quad F(x; y) \equiv \frac{2}{x-y} + \frac{x+1}{xy^2} - 2x + y$$

II. EXPRESIÓN ALGEBRAICA IRRACIONAL (E.A.I.)

Es aquella expresión donde existe al menos una variable afectada de signo radical o exponente fraccionario.

$$\bullet \quad P(x) \equiv x^4 - \sqrt[3]{x} + 7$$

$$\bullet \quad F(x; y) \equiv \sqrt[3]{4x} + \sqrt{xy} + \frac{1}{x} + 1$$

EL POLINOMIO**DEFINICIÓN**

Se denomina así a toda expresión algebraica racional entera, algunos ejemplos son:

$$\bullet \quad P(x) \equiv x^7 - x^2 + x + 1$$

$$\bullet \quad F(x; y) \equiv 5x^4 - xy^3 + 4y + 7$$

FORMA GENERAL DE UN POLINOMIO EN VARIABLE X

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

Donde: $a_0; a_1; a_2; \dots$ y a_n son coeficientes

$$[P]^\circ = \text{Grado de } P = n \Leftrightarrow a_0 \neq 0; n \in \mathbb{N}_0^+$$

a_0 = Coeficiente Principal (CP)

a_n = Término Independiente de x (TI)

PROPIEDADES

- 1) La suma de los coeficientes del polinomio $P(x)$ se obtiene reemplazando x por la unidad.

$$\sum \text{Coef de } P(x) = P(1)$$

- 2) El término independiente de x en el polinomio $P(x)$ se obtiene reemplazando x por cero.

$$\text{T.I en } P(x) = P(0)$$

$$\bullet \quad \text{Para } P(x) \equiv 5x^4 - 3x^2 + 2$$

$$\sum \text{coef de } P(x) = 5(1)^4 - 3(1)^2 + 2 = 5 - 3 + 2 = 4$$

$$\text{TI en } P(x) = 5(0)^4 - 3(0)^2 + 2 = 0 - 0 + 2 = 2$$

**OBSERVACIÓN**

A todo polinomio se le podrá asignar un nombre particular, este nombre dependerá de la cantidad de términos que presente, así pues tenemos:

- $M(x) \equiv 5x^2$ tiene un término, se llama Monomio
- $F(x) \equiv 3x + 4$ tiene dos términos, se llama Binomio
- $P(x) \equiv x^7 - x^4 + x$ tiene tres términos, se llama Trinomio

POLINOMIO MÓNICO

Es aquel polinomio de una sola variable y de coeficientes enteros cuyo coeficiente principal es la unidad.

- $P(x) = x^5 + 4x^3 + x + 5$ es mónico
- $F(x) = 2x^7 + x^4 - x^3 - 1$ no es mónico

GRADO DE POLINOMIOS

Es la categoría que se asigna a una expresión algebraica teniendo en cuenta a los exponentes de sus variables.

Frecuentemente distinguimos dos clases de grado, los cuales son:

I. GRADO RELATIVO (G.R.): Cuando se considera a una variable en particular.

- En polinomios de un solo término (monomios) el grado relativo respecto de una variable es el exponente de la variable en mención.
- En polinomios de dos o más términos el grado relativo respecto de una variable es el mayor exponente que presenta la variable en mención en uno de sus términos.

II. GRADO ABSOLUTO (G.A.): Cuando se considera a todas las variables.

- En polinomios de un solo término (monomios) es la suma de todos los exponentes que presentan las variables.
- En polinomios de dos o más términos es el mayor grado absoluto de dichos términos.

Ejemplos: i) $M(x; y) = 5x^4y^6$

Grado Relativo a $x = GR(x) = 4$

Grado Relativo a $y = GR(y) = 6$

Grado Absoluto de $M = GA(M) = 4 + 6 = 10$

ii) $P(x; y) = 3x^5y^3 - 4x^7y^2$

$t_1 \quad t_2$

Grado Relativo a $x = GR(X) = 7$

Grado Relativo a $y = GR(y) = 3$

$GA(t_1) = 8$

$GA(t_2) = 9$ (mayor) $\rightarrow GA(P) = 9$

POLINOMIO CONSTANTE

Sea C una constante cualquiera, entonces a todo polinomio de la forma $P(x) = C$ se le denomina polinomio constante.

Si $C \neq 0 \rightarrow$ El polinomio es de grado cero

Si $C = 0 \rightarrow$ El grado del polinomio no está definido

VALOR NUMÉRICO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Es el número real que se obtiene al reemplazar las variables de una expresión por números determinados, veamos algunos ejemplos:

- Para $P(x) = x^3 + x - 3$ ¿ $P(2)$?

$P(2)$ es el valor numérico de P cuando x se reemplaza por 2, luego

$$P(2) = 2^3 + 2 - 3 = 8 + 2 - 3 = 7$$

- Para $F(x; y) = x^2 - y^3 + xy + 1$ ¿ $F(1; -1)$?

$F(1; -1)$ es el valor numérico de F cuando $x = 1 \wedge y = -1$, luego:

$$F(1; -1) = (1)^2 - (-1)^3 + (1)(-1) + 1 = 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

CAMBIO DE VARIABLE

En toda expresión las variables podrán ser sustituidas por otras variables o alguna expresión, veamos algunos ejemplos:

- $P(x) \equiv 2x^2 - x + 1$ ¿ $P(y)$?

observar que: $x \rightarrow y$

$$P(y) \equiv 2y^2 - y + 1$$

- $F(x) \equiv 3x + 4$ ¿ $F(x - 2)$?

observar que: $x \rightarrow x - 2$

$$F(x - 2) \equiv 3(x - 2) + 4 \equiv 3x - 2$$

POLINOMIOS ESPECIALES

Son aquellos polinomios cuya estructura presenta alguna característica particular.

I. POLINOMIO HOMOGÉNEO:

Se dice que un polinomio en dos ó más variables es homogéneo si todos sus términos presentan el mismo grado absoluto, al cual se le denomina grado de homogeneidad.

- $P(x; y) = x^3 + 5xy^2 - x^2y$ es homogéneo de grado 3 (grado de homogeneidad)

II. POLINOMIO ORDENADO:

Se dice que un polinomio es ordenado con respecto de una variable, si los exponentes de la variable denominada ordenatriz aumentan o disminuyen desde el primer término contando de izquierda a derecha.

- $P(x) = x^7 + x^4 - x$ ordenado en forma decreciente
- $F(x) = x^4 + x^{10} - x^{32}$ ordenado en forma creciente
- $M(x; y) = x^7y + 2x^4y^3 + xy^5 - y^{10}$ ordenado en forma decreciente con respecto a x ; ordenado en forma creciente con respecto a y .

III. POLINOMIO COMPLETO EN X:

Se dice que un polinomio de coeficiente no nulos es completo, cuando la variable x aparece en todos sus términos con todos los exponente naturales que van desde el cero (para el término independiente) hasta el grado.

- $P(x) \equiv x^2 + x + 4$ es completo de 2° grado, tiene 3 términos.
- $F(x) \equiv x^2 + x - 4x^3 + 7$ es completo de 3° , tiene 4 términos

PROPIEDAD:

En todo polinomio completo en x , se cumple:

$$N^\circ \text{ de términos} = GA + 1$$

IV. POLINOMIO PRIMITIVO EN X:

Es el polinomio no nulo de coeficientes enteros, cuyo máximo común divisor de todos sus coeficientes es igual a la unidad.

- $F(x) \equiv 2x^2 - 3x^3 + 10$
un polinomio primitivo.

V. POLINOMIO IDÉNTICAMENTE NULO:

Se dice que un polinomio es idénticamente nulo si todos los coeficientes son iguales a cero.

PROPIEDAD:

$$\text{Si: } P(x) \equiv ax^3 + bx + c = 0$$

es un polinomio idénticamente nulo se denota así: $ax^3 + bx + c \equiv 0$
y se cumple que: $a = 0 \wedge b = 0 \wedge c = 0$

POLINOMIOS IDÉNTICOS

Dos polinomios de igual grado que se encuentran en función de la misma variable serán idénticos si asumen igual valor numérico para todo valor de su variable.

Ejemplo:

- $P(x) \equiv (x-1)^2 \wedge Q(x) \equiv x^2 - 2x + 1$
son idénticos pues $P(a) = Q(a)$; $\forall a \in$

PROPIEDAD:

Si los polinomios:

$$P(x) \equiv ax^3 + bx + c ; Q(x) \equiv mx^3 + nx + q$$

son idénticos se les representa así: $ax^3 + bx + c \equiv mx^3 + nx + q$
y se cumple que: $a = m$; $b = n$; $c = q$

PRODUCTOS NOTABLES**DEFINICIÓN**

Son los resultados de ciertas multiplicaciones que se obtienen de forma directa sin necesidad de aplicar la propiedad distributiva, esto por la forma que presentan.

Observación: Llamaremos equivalencia a la forma distinta de representar una misma expresión.

PRINCIPALES EQUIVALENCIAS ALGEBRAICAS**1. BINOMIO AL CUADRADO**

$$1.1) \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$1.2) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplos:

- $(3x + 2y)^2 = (3x)^2 + (2y)^2 + 2(3x)(2y) = 9x^2 + 4y^2 + 12xy$
- $(2x - 5y)^2 = (2x)^2 + (5y)^2 - 2(2x)(5y) = 4x^2 + 25y^2 - 20xy$

Observación: $\forall n \in$

$$(a - b)^{2n} = (b - a)^{2n}$$

2. EQUIVALENCIA DE LEGENDRE

$$2.1) \quad (a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$2.2) \quad (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

Ejemplos:

- $(5x + 4y)^2 + (5x - 4y)^2 = 2[(5x)^2 + (4y)^2] = 2(25x^2 + 16y^2)$
- $(3x + 2y)^2 - (3x - 2y)^2 = 4(3x \cdot 2y) = 24xy$

3. DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$3.1) \quad a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

$$3.2) \quad a^{2m} - b^{2n} = (a^m + b^n)(a^m - b^n)$$

Ejemplos:

- $(5x)^2 - (3y)^2 = (5x + 3y)(5x - 3y)$
- $x^4 - y^2 = (x^2 + y)(x^2 - y)$
- $4x^2 - 1 = (2x)^2 - 1^2 = (2x + 1)(2x - 1)$
- $x^6 - y^{10} = (x^3 + y^5)(x^3 - y^5)$

4. TRINOMIO AL CUADRADO

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Ejemplos:

- $(2x + y + 3)^2 = (2x)^2 + y^2 + 3^2 + 2(2x)(y) + 2(2x)(3) + 2(y)(3)$
 $= 4x^2 + y^2 + 9 + 4xy + 12x + 6y$
- $(x - 3y - 5)^2 = x^2 + (-3y)^2 + (-5)^2 + 2(x)(-3y) + 2(x)(-5) + 2(-3y)(-5)$
 $= x^2 + 9y^2 + 25 - 6xy - 10x + 30y$

5. BINOMIO AL CUBO

5.1)

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

5.2)

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Ejemplos:

- $(x + 2)^3 = x^3 + 3(x^2)(2) + 3(x)(2^2) + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
- $(x - 5)^3 = x^3 - 3(x^2)(5) + 3(x)(5^2) - 5^3 = x^3 - 15x^2 + 75x - 125$

6. EQUIVALENCIA DE CAUCHY

6.1)

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3(ab)(a + b)$$

6.2)

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3(ab)(a - b)$$

Ejemplos:

- $(x + 4)^3 = x^3 + 4^3 + 3(x \cdot 4)(x + 4) = x^3 + 64 + 12x(x + 4)$
- $(x - 6)^3 = x^3 - 6^3 - 3(x \cdot 6)(x - 6) = x^3 - 216 - 18x(x - 6)$

7. SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

7.1)

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

7.2)

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Ejemplos:

- $x^3 + 5^3 = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$
- $x^3 - 4^3 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$

8. TRINOMIO AL CUBO

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(a + c)(b + c)$$

Ejemplo:

- $(2x + y + 5)^3 = (2x)^3 + y^3 + 5^3 + 3(2x + y)(2x + 5)(y + 5)$
 $= 8x^3 + y^3 + 125 + 3(2x + y)(2x + 5)(y + 5)$

Otras equivalencias:

- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3ab(a + b) + 3ac(a + c) + 3bc(b + c) + 6abc$
- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2(b + c) + 3b^2(a + c) + 3c^2(a + b) + 6abc$
- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b + c)(ab + ac + bc) - 3abc$
- $(a + b + c)^3 = 3(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2) - 2(a^3 + b^3 + c^3) + 6abc$

9. EQUIVALENCIA DE STEVEN

9.1) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

9.2) $(x + a)(x + b)(x + c) = x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + ac + bc)x + abc$

Ejemplo:

- $(x + 4)(x + 2) = x^2 + 6x + 8$
- $(x + 1)(x + 2)(x + 3) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
- $(x - 5)(x - 3) = x^2 - 8x + 15$
- $(x - 1)(x - 4)(x - 5) = x^3 - 10x^2 + 29x - 20$
- $(x + 6)(x - 4) = x^2 + 2x - 24$
- $(x - 1)(x + 3)(x - 2) = x^3 - 7x + 6$

10. EQUIVALENCIA DE ARGAN'D

$$(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + b^4$$

En particular: si $a = x$ e $y = 1$, tenemos:

$$x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

11. EQUIVALENCIA DE LAGRANGE

11.1) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$

11.2) $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) = (ax + by + cz)^2 + (ay - bx)^2 + (az - cx)^2 + (bz - cy)^2$

12. EQUIVALENCIA DE GAUSS

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$$

13. EQUIVALENCIA ADICIONAL

13.1) $(a + b)(a + c)(b + c) + abc = (a + b + c)(ab + ac + bc)$

13.2) $ab(a + b) + bc(b + c) + ac(a + c) = (a + b)(a + c)(b + c) - 2abc$

14. EQUIVALENCIAS USUALES

$$14.1) \quad a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = \frac{(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2}{2}$$

$$14.2) \quad a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac + bc = \frac{(a+b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2}{2}$$

15. EQUIVALENCIAS CONDICIONALES

Las equivalencias que se muestran a continuación sólo se verifican si: $a + b + c = 0$.

$$15.1) \quad a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + ac + bc)$$

$$15.4) \quad a^5 + b^5 + c^5 = -5abc(ab + ac + bc)$$

$$15.2) \quad a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$15.5) \quad a^6 + b^6 + c^6 = 3(abc)^2 - 2(ab + bc + ac)^3$$

$$15.3) \quad a^4 + b^4 + c^4 = 2(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2)$$

$$15.6) \quad a^7 + b^7 + c^7 = 7abc(ab + ac + bc)^2$$

 OBSERVACIÓN

Siendo a, b y c reales; m, n y p enteros positivos.

$$1) \quad a^{2m} + b^{2n} + c^{2p} = 0 \rightarrow a = 0 \wedge b = 0 \wedge c = 0$$

2) Sólo cuando a, b y c son no negativos.

$$2n\sqrt[n]{a} + 2n\sqrt[n]{b} + 2p\sqrt[p]{c} = 0 \rightarrow a = 0 \wedge b = 0 \wedge c = 0$$

IMPLICANCIAS NOTABLES

Siendo a, b y c reales:

$$1) \quad a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc \Rightarrow a = b = c$$

$$2) \quad a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \Rightarrow a + b + c = 0 \vee a = b = c$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Si $T_1(x; y) \equiv 5x^{a-1}y^4 \wedge T_2(x; y) \equiv x^2y^b$
son términos semejantes. Calcular ab:

A) 6 B) 12 C) 15
D) 20 E) 18

2. Si la expresión: $F(x) \equiv x^{\sqrt[3]{-a+1}}$ es de quinto grado. Calcular: $2a - 1$

A) 17 B) 27 C) 19
D) 21 E) 29

3. Si: $F(x) \equiv \frac{4x-2}{3x-4}$
Calcular: $F(2) + F(1)$

A) 0 B) 1 C) 2
D) -1 E) 4

4. Si $P(2x-1) \equiv x^2 - x + 1$.
Calcular: $E = P(3) + P(-3)$.

A) 6 B) 0 C) 2
D) -2 E) 4

5. Si $P(3x+2) \equiv 12x-1$. Determinar la fórmula de: $P(2x-3)$.

A) $x-12$ B) $12x+11$ C) $8x+15$
D) $8x-11$ E) $8x-21$

6. ¿Cuántos polinomios de la forma:

$$P(x; y) \equiv x^{n-2} + (n+1)x^n y - y^{6-n}$$

existen?

A) 18 B) 15 C) 12
D) 9 E) 5

7. Calcular m . n si el polinomio:

$$P(x; y) \equiv 2x^{m-4} - xy^5 + y^n + 2$$

es homogéneo.

A) 24 B) 32 C) 36
D) 40 E) 45

8. Si:

$$(m-2)x^2 + 7x - n + 2 \equiv x^2 + (p+2)x + 10$$

A) 0 B) 12 C) 16
D) 18 E) 22

9. Sabiendo que:

$$P(x) \equiv (a-b+1)x^3 + (a-c-2)x + c-3$$

es idénticamente nulo.

$$\text{Calcular: } a^2 - b^2 + c^2.$$

A) -1 B) -2 C) -3
D) -4 E) -5

10. Calcular la suma de los coeficientes del siguiente polinomio completo y ordenado:

$$P(x) \equiv ax^{b-1} + cx^{a+1} + bx^{c-1} - abc$$

A) 1 B) -3 C) -7
D) 4 E) -1

11. Simplificar:

$$\frac{(x+5)^2 + (x-5)^2}{(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})} - x^2$$

- A) 5 B) 10 C) 15
D) 25 E) 20

12. Si: $x - y = 8$. Calcular:

$$(x - 3y)^2 - 4y(2y - x) + 8$$

- A) 72 B) 64 C) 56
D) 76 E) 84

13. Si: $a + b + c = 4 \wedge a^3 + b^3 + c^3 = 40$.Calcular: $(a + b)(a + c)(b + c)$

- A) 8 B) 16 C) 24
D) 4 E) 18

14. COLUMNA (A)

El equivalente de:

$$(x + 7)(x + 2) - (x + 6)(x + 3) + 1$$

COLUMNA (B)

El equivalente de:

$$(x + 5)(x + 3) - (x + 6)(x + 2) + 1$$

- A) A es mayor que B
B) A es menor que B
C) A es igual que B
D) ¡No utilizar esta opción!
E) No se puede determinar.

15. Marcar verdadero (V) o falso (F):

II. $x^3 + y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$;

III. $(x + y)^3 = x^3 + y^3$; sólo si $x = 0 \wedge y = 0$

- A) VVV B) VFF C) FVF
D) FFF E) FFV

16. Si: $x = a - b \wedge y = ab$.

Determine de la raíz cúbica de:

$$(a - b + y)(y^2 - abx + x^2) - x^3$$

- A) 1 B) 0 C) x
D) y E) xy

17. Calcular: $\left(\frac{m}{n}\right)^k + \left(\frac{n}{m}\right)^k$; $k \in \mathbb{Z}^+$

Si:

$$\frac{m}{n} + \frac{n}{m} = 2$$

- A) 1 B) 2 C) k
D) 2k E) 2^k

18. Si: $x + y + z = 0$; simplificar:

$$\frac{(x + y - 2z)^3 + (y + z - 2x)^3 + (x + z - 2y)^3}{xyz}$$

- A) -3 B) -9 C) -27
D) -81 E) -243

19. Si: $a + b + c = 0$

Calcular:

$$\left(\frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} + \frac{b+c}{a} \right) \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \right)$$

- A) 6 B) 9 C) 12
D) 3 E) 10

20. Simplificar:

$$\left[\frac{2a+b}{2a-b} - \frac{2a-b}{2a+b} \right] \cdot \left[\frac{(2a+b)^2 - 4ab}{4} \right]$$

- A) ab B) 2ab C) 3ab
D) 4ab E) 1

21. Calcular "n+k" si el grado del monomio

$M(x; y) \equiv (n+k) x^{2(n-1)} y^{3k}$ es 17 y su coeficiente tiene el mismo valor que el grado relativo de x.

- A) 8 B) 7 C) 12
D) -2 E) 15

22. Si: $n^2 - 3n + 4 = 0$. Calcular el grado de la expresión:

$$M(x) \equiv \frac{n-2}{\sqrt{x^{n-1}}} \cdot \frac{n-1}{\sqrt{x^{n-2}}}$$

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2
D) $\frac{5}{2}$ E) 3

23. ¿Qué valor debe asignarse a "n" en el polinomio:

$P(x; y) \equiv (x^{n+2} + x^{n+1}y^n + y^{n+1})^n$
de modo que su grado absoluto exceda en nueve al grado relativo de "y"?

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

24. Si: $F(x) \equiv x + 2 \wedge H(x) \equiv x - 2$.
Reducir: $F(H(x)) + H(F(x))$.

- A) x B) -x C) 2x
D) -2x E) 0

25. Si $x F(x) + 16 \equiv 4F(x) + x^2$. Determinar la fórmula de $F(x-4)$.

- A) $x + 4$ B) $x - 1$ C) x
D) $x + 1$ E) $x - 4$

26. Si: $P(x) \equiv \frac{3x+4}{2x-3}$. Determinar la fórmula de: $P(P(x))$.

- A) $\frac{3x+4}{2x-3}$ B) $\frac{x-3}{x+4}$ C) x
D) $x + 1$ E) $x - 2$

27. Sabiendo que:

$$P(x) \equiv 3x - 10 \dots\dots\dots (1)$$

$$P(F(x)) \equiv 6x + 5 \dots\dots\dots (2)$$

Calcular: $F(8)$.

- A) 21 B) 22 C) 23
D) 24 E) 25

28. Calcular el valor de "n" para el cual la expresión.

$$M(x) = \frac{[(x^{n-2})^3 x^{2n-3}]^2}{[(x^n)^2 \cdot x^4]^2 \cdot x^2}$$

es de grado ocho.

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

29. Calcular m . n si el polinomio:

$$P(x;y) \equiv 8x^{2m+n-4}y^{m+n+2} -$$

$$2x^{2m+n-3}y^{m+n+1} - x^{2m+n-2}y^{m+n}$$

es de grado 24 y la diferencia entre los grados relativos a x y y es 2.

- A) 6 B) 9 C) 12
D) 15 E) 18

30. Sabiendo que:

$$50x^3 + 5x^2 - 8x + 1 \equiv a(bx + 1)^a(cx - a)^b;$$

$\forall x \in \mathbb{R}$. Calcular: $a + b + c$.

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

31. Dado el polinomio idénticamente nulo:

$$P(x;y) \equiv (abc + 16)x^{-a}y^b - (bc + a)x^b y^c + (b - c)x^{-a}y^c$$

Calcular el grado de la expresión.

$$Q(x;y) \equiv \sqrt[b]{x^a + c\sqrt{x^b + y^{-a}}}$$

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 1 E) 10

32. Dado el polinomio:

$$P(x+1) \equiv (2x+1)^n + (x+2)^n - 128(2x+3)$$

Si en P(x) la suma de coeficientes y el término independiente de x suman uno.

¿Cuál es el valor impar de "n"?

- A) 3 B) 5 C) 7
D) 9 E) 11

33. Dada la relación:

$$F(x + 2\sqrt{x}) \equiv x + 4\sqrt{x} + 4; \quad x > 1$$

Determinar: $F(x - 2\sqrt{x})$.

- A) x B) $x - 4\sqrt{x} + 4$
C) -x
D) $x + 4\sqrt{x} + 4$ E) $x + 2$

34. ¿Para cuántos valores de "b" el polinomio $P(x;y) \equiv ax^a + by^{a-b} - by^4$ es homogéneo?

- A) 1 B) 2
C) 3
D) Ninguno E) Más de 3.

35. Si:

$$P(x) \equiv x^{a-1} + 2x^{b-2} + 3x^{c-3} + 4x^{d-4}$$

Es un polinomio completo y ordenado.

Calcular el mayor valor de abcd.

- A) 105 B) 120 C) 256
D) 720 E) 625

36. Si: $a + b = 4 \wedge ab = 2$.

Calcular: $a^5 + b^5$.

- A) 480 B) 464 C) 454
D) 462 E) 500

37. Sabiendo que: $x + y + z = 6$

Simplificar:

$$\frac{(x-1)^3 - (2-y)^3 + (z-3)^3}{(1-x)(y-2)(3-z)}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) -3 E) 6

38. Si: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{4}{a+b}$

Calcular:

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} + \frac{a+2b}{2a} + \frac{2b}{a+3b}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

39. Si: $a + b + c = 5 \wedge a^2 + b^2 + c^2 = 50$.

Calcular:

$$(a+b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2$$

- A) 78 B) 88 C) 95
D) 75 E) 105

40. Calcular "m" del sistema:

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 1 = 0 \\ x^6 - mx^3 + 1 = 0 \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

41. Reducir:

$$(2x+1)(2x+5)(x^2-1) - (2x^2+3x-7)(2x^2+3x+3)$$

- A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 E) 20

42. Si x, y, z son reales que verifican:

$$x(x-y) + y(y-z) + z(z-x) = 0$$

Calcular:

$$\frac{x^4 + y^4 + z^4 - xy^2z}{x^2y^2 - x^2z^2 + y^2z^2}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

43. Si: $a + b - 6 = ab - 1 = 1$

Calcular:

$$a + a^2 + a^3 + b^3 + b^2 + b$$

- A) 351 B) 352 C) 353
D) 354 E) 355

44. Si: $\sqrt[3]{mn} + \sqrt[3]{pq} = 6$

$$\sqrt[3]{m^2n^2} - \sqrt[3]{p^2q^2} = 24$$

Calcular: $\sqrt[3]{mn} - \sqrt[3]{pq}$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

45. Reducir

$$(a+b)^3 + (a-b)^3 - 8a^3 + 6a(a-b)(a+b)$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 0 E) 5

46. Reducir:

$$(x^2 + x - 4)^2 - (x - 2)(x - 1)(x + 2)(x + 3)$$

- A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

47. Si: $a + b + c = 3$. Calcular:

$$\frac{a^3 + (b-1)^3 + (c-2)^3}{a(b-1)(c-2)}$$

- A) 1 B) -1 C) 3
D) -3 E) 2

48. Reducir:

$$(a + b + c)^2 + (a + b - c)^2 - 4(a - b)^2 + 2(a + b + c)(a + b - c)$$

- A) ab B) $4ab$ C) $8ab$
D) $16ab$ E) $32ab$

49. Si: $\frac{ab}{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Calcular: $\left(\frac{a}{b}\right)^8 + \left(\frac{b}{a}\right)^8$

- A) 44 B) 45 C) 46
D) 47 E) 48

50. Si: $a = \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$
 $b = \sqrt{2} + \sqrt{3} - 2\sqrt{5}$
 $c = \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$

Calcular:

$$\frac{(a^3 + b^3 + c^3)(a^2 + b^2 + c^2)}{abc(ab + ac + bc)}$$

- A) 6 B) -6 C) 3
D) -3 E) 1

51. Si se cumple que:

$$P(x - 2) \equiv 3x - 5 \dots\dots\dots(1)$$

$$P(x + 8) \equiv ax + b \dots\dots\dots(2)$$

Calcular: $a + b$.

- A) 25 B) 27 C) 28
D) 15 E) 23

$P(x; y) \equiv x^{m^m-2} + y^{n^3} + x^{3m-4}y^{4n}$
homogéneo.

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

53. Calcular la suma de los coeficientes del siguiente polinomio completo y ordenado en forma decreciente:

$$F(x) \equiv mx^{p-8} + nx^{m-4} + px^{n+5} + qx^{q-2}$$

- A) 3 B) 5 C) 7
D) 9 E) 15

54. Dado el polinomio:

$P(x; y) \equiv 3^5x^n + 3y^m + 2 + x^n + 2y^{m-3}$,
cuyo grado absoluto es once. Calcular $2m + n$, de modo que $GR(x) - GR(y) = 5$.

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 10 E) 15

55. Si del polinomio:

$$P(x; y) \equiv nx^m y^p + mx^{m-1} y^{p-3} + x^{n-8}$$

restamos $12x^3 y^4$, su grado absoluto disminuye. Calcular: $m + n + p$.

- A) 19 B) -19 C) 18
D) 20 E) 10

56. Si el polinomio:

$$P(x) \equiv (a + 2b - 3)(x^2 + 2) + (2a + 3b - 4)(x^2 + 5x - 2) + c$$

se anula para más de dos valores de "x".
Calcular $a + b$.

- A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

57. Indicar el grado del polinomio de tres términos:

$$P(x) \equiv x^{5-n} + x^{n-3} + x^{n-1}$$

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

58. Calcular el valor natural de "n", siendo el polinomio:

$$P(x; y) \equiv x^{n-2} y^n + (xy)^2 y^{n-1} + x^n$$

el producto de los grados relativos de "x" e "y" es 24.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

59. Determinar el grado del polinomio $P(x)$,

sabiendo que el grado de $[P(x)]^2 \cdot [Q(x)]^3$ es 21 y que el grado de $[P(x)]^4 \cdot [Q(x)]^2$ es 22.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

60. Si $P(x)$ es idénticamente nulo. Calcular "a - b" en:

$$P(ax + b) \equiv b(x + 2) + a(x + 3) + 2$$

- A) -1 B) -2 C) -3
D) -4 E) -5

61. Sean los polinomios idénticos:

$$F(x) \equiv (a + b)x^2 + (b + c)x + a + c$$

$$G(x) \equiv 2\sqrt{abc} \left(\frac{x^2}{\sqrt{c}} + \frac{x}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \right)$$

Calcular: $S = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a + b + c)^2}$

- A) 3 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) 4 E) 2

62. Calcular la suma de todos los valores de "n" que hacen de la expresión:

$$P(x) \equiv 5x^{n-3} + 3\sqrt[3]{x^n} - 2x^{7-n} + 1$$

un polinomio.

- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

63. Determinar la suma de los coeficientes del siguiente polinomio completo y ordenado:

$$P(x) \equiv n^2 x^{2n-6} + (n^2 - 1)x^{2n-5} + (n^2 - 2)x^{2n-4} + \dots + \blacktriangle$$

- A) 45 B) 55 C) 78
D) 105 E) 84

64. Si los polinomios:

$$P(x; y) \equiv a^a x^2 + cxy + b^{4a} y^3$$

$$Q(x; y) \equiv (9 - 2c)xy + a^b y^3 + b^b x^2$$

son idénticos, calcular: $\frac{c}{ab}$

- A) 18 B) 12 C) 6
D) 24 E) 16

65. Dados los polinomios:

$$P(x) \equiv \left(x^{n^{nn}} + 5x^n + 7 \right)^{n^{nn}}$$

$$Q(x) \equiv \left(2x^{n^{nn}} - 10x + 1 \right)^2$$

$$R(x) \equiv 3x + 5$$

Si el grado de $P(x) \cdot Q(x) \cdot R(x)$ es 289.

Calcular el grado de la expresión:

$$M(x) \equiv (6x^{nn} - 3)^2 (x^{n+1} - x^n + 1)$$

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

66. Sabiendo que:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{b+c} = \frac{c}{a+c}$$

Determinar el grado absoluto de la expresión:

$$P(x; y; z) = \frac{(a+b)^2 + c^2}{\sqrt{x}} 7a^2 y^{6ac} z^{2bc}$$

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

67. El grado absoluto de la expresión:

$$P(x; y; z) \equiv x^m y^{2n+1} z [x^{m-1} y z^{n-1} + (xy)^m z^n]$$

es 17, además $GR(y) = 9$. Calcular: $(mn)^m$

- A) 1 B) 4 C) 36
D) 64 E) 216

68. ¿Cuántas variables se deben considerar para que el grado absoluto del monomio: $M(A; B; C; D; \dots) \equiv A^6 B^{24} C^{60} D^{120} \dots$ sea 6006?

- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

69. Determinar la suma de coeficientes del siguiente polinomio completo:

$$P(x) \equiv c(x^a + x^b) + a(x^b + x^c) + b(x^a + x^c) + abc$$

- A) 6 B) 9 C) 12
D) 18 E) 24

70. Dados los polinomios:

$$Q(x) \equiv 2x + 3 \dots\dots\dots (1)$$

$$Q[F(x) + G(x)] \equiv 4x + 3 \dots (2)$$

$$Q[F(x) - G(x)] \equiv 7 \dots\dots\dots (3)$$

Calcular: $F(G(1))$.

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) -2

71. Dado el polinomio:

$$F(x) = 60x^5 - 185x^4 + 45x^3 - 92x^2 + 10x - 12$$

Calcular: $\frac{F(\sqrt[3]{2} + 5) + F(3)}{F(\sqrt[3]{2} + 5)}$

- A) 1 B) -1 C) 0
D) 2 E) -2

72. Sea $F(x) \equiv \sqrt{x^2 + 2F(x)} \quad \forall x \in \mathbb{R}$, tal que:

$F(x) > 2$. Calcular:

$$E = 2012 - F(\sqrt{2011^2 - 1})$$

- A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

73. Si: $P(P(P(x))) \equiv 27x + 52$.

Calcular: $P(-2)$

- A) 0 B) 40 C) 25
D) 45 E) -20

$$F\left(\frac{ax+b}{ax-b}\right) = \frac{ax}{b}$$

Calcular:

$$K = F(F(F(\dots(F(7))\dots)))$$

"2ab" veces

- A) -2 B) -7 C) 0
D) 7 E) 2

75. Sea $P(x; y)$ un polinomio no lineal de grado de homogeneidad "n". Si se cumple que:

$$\frac{P(kx; ky)}{P(x; y)} = 64; k \in \mathbb{Z}^+, n > k$$

Calcular: $n + k$.

- A) 4 B) 7 C) 8
D) 14 E) 18

76. Determinar el valor de:

$$4\sqrt{\frac{m}{x^9}} + 4\sqrt{\frac{x^9}{m}}$$

$$\text{Si: } \frac{m}{x^9} + \frac{x^9}{m} = 7$$

- A) $\sqrt{3}$ B) 4 C) $\sqrt{5}$
D) 5 E) $\sqrt{2}$

77. Sabiendo que:

$$4a^2 + 4b^2 = 4c(a + b) - 2c^2$$

Donde: $a, b \wedge c \in \mathbb{R}$. Calcular:

$$\frac{12b^2 + 12a^2}{3c^2}$$

- A) 1 B) 3 C) 4
D) 5 E) 2

78. Si:
- $a + 4b + 9c = 0$
- . Reducir:

$$\frac{(a-2b)^2}{ab} + \frac{(2b-3c)^2}{bc} + \frac{(3c-a)^2}{ac}$$

- A) abc B) 14 C) -14
D) -36 E) 36

79. A partir de:

$$x = \sqrt[3]{3+z^3} = \sqrt{2+z^2}$$

Calcular la raíz cúbica de:

$$\frac{x^9 - 9x^3z^3 - z^9}{x^6 - 6x^2z^2 - z^6}$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

80. Si:
- $\sqrt{(ab)^{n(n+1)}} = \frac{1}{4^n}$

Calcular:

$$[(a+b)^2 - (a-b)^2] [(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2] \dots \text{"n" factores.}$$

- A) n B) 1 C) n^2
D) 2 E) 2^n

81. Si:
- $M = N$
- , donde:

$$M = (y+z-2x)^2 + (z+x-2y)^2 + (x+y-2z)^2$$

$$N = (y-z)^2 + (z-x)^2 + (x-y)^2$$

Simplificar:

$$K = \frac{(x^2+y)^2 - (y^2+z)^2 + (z^2+x)^2}{(x^2+z)^2 + (y^2+x)^2 - (x^2+y)^2}$$

- A) 1 B) 14 C) -14
D) -36 E) 36

82. Si:
- $5a + 5c + ac = 0$

Calcular:

$$K = \frac{5ac}{(a+5)(5+c)(a+c)}$$

- A) 1 B) -1 C) 5
D) -5 E) 2

83. Si:
- $a = 2 - \sqrt{3}$
- ;
- $b = 1 - 2\sqrt{3}$
- ;
- $c = \sqrt{3} - 3$

Calcular:

$$\frac{a(a+1)(a-1) + b(b+1)(b-1) + c(c+1)(c-1)}{a(bc+1) + b(ac+1) + c(ab+1)}$$

- A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

84. Si:
- $x^2 - 3x + 1 = 0$

Calcular:

$$\frac{x^7 - x^5 + x^3}{x^5}$$

- A) 8 B) 7 C) 6
D) 5 E) 4

85. Calcular
- $M + N$
- siendo:

$$M = (a+b)(a+c)(b-c) + (c-a)(a+b)(b+c)$$

$$N = (a-b)(a+c)(b+c) + (c-a)(a-b)(b-c)$$

- A) $a + b + c$ B) abc C) $a - b + c$
D) 1 E) 0

86. El equivalente de
- $M + N$
- , donde:

$$M = (2a+b+c)^3 + (a+2b+c)^3 - 6(a+b+c)^3$$

$$N = (a+b+2c)^3 - 3(a+b+c)(a^2+b^2+c^2) \text{ es:}$$

- A) abc B) $a^2 + b^2 + c^2$
C) $a^3 + b^3 + c^3$
D) 0 E) $a^3 - b^3 + c^3$

87. Si:

$$x = \frac{2}{n}(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)$$

$$n = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2$$

Calcular:

$$(x-a_1)^2 + (x-a_2)^2 + (x-a_3)^2 + \dots + (x-a_n)^2$$

A) n B) n^2 C) $2n$

D) $2n^2$ E) 1

88. Calcular: $5x^3 + 3x + 1$, siendo:

$$x = \sqrt[3]{1 + \frac{3\sqrt{14}}{5\sqrt{5}}} + \sqrt[3]{1 - \frac{3\sqrt{4}}{5\sqrt{5}}}$$

A) 9 B) 10 C) 11

D) 12 E) 13

89. Si: $x + 2 = 23\sqrt{2x}$

Calcular:

$$\frac{\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{2}}}{\sqrt[8]{2x}}$$

A) 5 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt[4]{5}$

D) $5\sqrt{5}$ E) $\sqrt[8]{5}$

90. Si: $a - b = b - c = \sqrt{3}$. Calcular:

$$K = \frac{a(a^2 - bc) + b(b^2 - ac) + c(c^2 - ab)}{a + b + c}$$

A) 18 B) 12 C) 9

D) 6 E) 3

91. Si: $F(x) \equiv \sqrt[5]{\frac{x^{10} + 5x^5 + 1}{x^5}}$

Calcular:

$$F(2 + \sqrt{3})$$

A) 3 B) 6 C) 9

D) 12 E) 2

92. Siendo a, b, c reales tales que:

$$(a + b + c)^2 = 3(ab + ac + bc)$$

Calcular:

$$K = \sqrt[3]{\frac{(a+b+c)^4}{a^4 + b^4 + c^4}} + \sqrt[5]{\frac{(a+b+c)^6}{a^6 + b^6 + c^6}}$$

A) 2 B) 3 C) 4

D) 5 E) 6

93. Si: $\frac{a^2 + b^2}{1 + c} = 1 - c$

$$a + b = 3 - c$$

Calcular:

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc - 3}$$

A) 1 B) -1 C) 3

D) -3 E) 2

94. Si:

$$\begin{cases} x^2(a^2 + b^2 + c^2) = 3(2x - 1) \\ a + b + c = 3 \end{cases}$$

Donde: $x \neq 0$; $x \neq \frac{1}{2}$

Calcular:

$$\frac{a^2 + ab + b^2 + c^2}{bc}$$

A) 2 B) 3 C) 4

D) 5 E) 6

95. Si: $a \neq b$, donde:

$$a + \sqrt{ac} = b + \sqrt{bc}$$

Calcular:

$$\frac{a}{\sqrt{bc}} + \frac{b}{\sqrt{ac}} + \frac{c}{\sqrt{ab}}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

96. Si:

$$\begin{cases} a^3 + b^3 + c^3 = 4abc \\ a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc + 1 \end{cases}$$

Calcular:

$$\frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} + \frac{b+c}{a} - ab - ac - bc$$

- A) 1 B) -1 C) 3
D) -3 E) 0

97. Si:

$$\begin{cases} a^3 + b^3 + c^3 = 2(a+b)(a+c)(b+c) \\ a + b + c = 1 \end{cases}$$

Calcular:

$$K = \frac{1 + 5abc}{ab + ac + bc}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

98. Si:

$$\begin{cases} xy = \sqrt[3]{100^2} - \sqrt[3]{10} + 1 \\ x^2 + y^2 = \sqrt[3]{10} + 1 \end{cases}$$

Calcular:

$$(x+y)^4 - (x-y)^4$$

- A) 86 B) 87 C) 88
D) 89 E) 90

99. Si:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}}{2} \\ b &= \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{2} \end{aligned}$$

Calcular:

$$2ab(3a^2 + b^2)(a^2 + 3b^2)$$

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 3
D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

100. Si: $\{a; b\} \subset \mathbb{R}; a^2 + b^2 = 4$.

Determine el máximo valor que asume:

$$a + b$$

- A) 2 B) 4 C) $2\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}$ E) 8

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

Por condición:

$$T_1(x; y) \sim T_2(x; y)$$

Según la teoría:

$$a - 1 = 2 \wedge b = 4$$

$$a = 3 \wedge b = 4$$

$$\therefore ab = 12$$

Rpta.: B**Resolución 2:**

La expresión dada es:

$$F(x) \equiv x^{\frac{a+1}{3}}$$

$$F(x) \equiv x \cdot x^{\frac{a+1}{3}}$$

$$F(x) \equiv x^{1 + \frac{a+1}{3}}$$

Por condición tenemos:

$$1 + \frac{a+1}{3} = 5$$

$$\frac{a+1}{3} = 4$$

$$a + 1 = 12$$

$$a = 11$$

$$\therefore 2a - 1 = 21$$

Rpta.: D**Resolución 3:**

La expresión dada es:

$$F(x) \equiv \frac{4x - 2}{3x - 4}$$

Para $x = 2$:

$$F(2) = \frac{8 - 2}{6 - 4} = \frac{6}{2} = 3$$

Para $x = 1$:

$$F(1) = \frac{4 - 2}{3 - 4} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$\therefore F(2) + F(1) = 1$$

Rpta.: B

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 02

Resolución 4: La expresión dada es:

$$P(2x-1) = x^2 - x + 1$$

I. Hallamos $P(3)$:

$$2x-1=3 \Rightarrow x=2$$

$$P(3) = (2)^2 - 2 + 1 = 4 - 2 + 1 = 3$$

II. Hallemos $P(-3)$:

$$2x-1=-3 \Rightarrow x=-1$$

$$P(-3) = (-1)^2 - (-1) + 1 = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$\therefore P(3) + P(-3) = 6$$

Rpta.: A**Resolución 5:** La expresión dada es:

$$P(3x+2) = 12x-1$$

Hagamos que: $3x+2=u$

$$\Rightarrow x = \frac{u-2}{3}$$

Ahora en la expresión:

$$P(u) = 12\left(\frac{u-2}{3}\right) - 1$$

$$P(u) = 4(u-2) - 1$$

$$P(u) = 4u - 9$$

Finalmente reemplazamos "u" por $2x-3$ tenemos:

$$P(2x-3) = 4(2x-3) - 9$$

$$P(2x-3) = 8x - 12 - 9$$

$$\therefore P(2x-3) = 8x - 21$$

Rpta.: E**Resolución 6:** De acuerdo con la teoría si $P(x; y)$ es un polinomio si los exponentes de x y y son números naturales.

$$\left. \begin{array}{l} n-2 = \text{N}^\circ \text{ natural} \\ n = \text{N}^\circ \text{ natural} \\ 6-n = \text{N}^\circ \text{ natural} \end{array} \right\} n = 2; 3; 4; 5; 6$$

Fácilmente podemos reconocer que por cada valor de "n" existe un polinomio.

 $\therefore$ Existen 5 polinomios.**Rpta.: E**

Resolución 7: De acuerdo con la teoría se debe cumplir lo siguiente:

$$m - 4 = 1 + 5 = n + 2$$

$$m - 4 = 6 = n + 2$$

De donde: $m = 10 \wedge n = 4$

$$\therefore mn = 40$$

Rpta.: D

Resolución 8: De acuerdo con la teoría de polinomios idénticos se cumple que:

$$m - 2 = 1 \wedge p + 2 = 7 \wedge 10 = -n + 2$$

$$m = 3 \wedge p = 5 \wedge n = -8$$

Finalmente tenemos:

$$m - n + p = 3 - (-8) + 5$$

$$m - n + p = 3 + 8 + 5$$

$$\therefore m - n + p = 16$$

Rpta.: C

Resolución 9: Como $P(x)$ es un polinomio idénticamente nulo, se cumple que:

$$c - 3 = 0 \Rightarrow c = 3$$

También que: $a - c - 2 = 0 \Rightarrow a = c + 2$

$$a = 5$$

Asimismo que: $a - b + 1 = 0 \Rightarrow b = a + 1$

$$b = 6$$

Finalmente tenemos:

$$a^2 - b^2 + c^2 = 25 - 36 + 9$$

$$\therefore a^2 - b^2 + c^2 = -2$$

Rpta.: B

Resolución 10: Fácilmente podemos reconocer que el polinomio se encuentra ordenado en forma decreciente, luego se cumple que:

$$b - 1 = 3 \wedge a + 1 = 2 \wedge c - 1 = 1$$

$$b = 4 \wedge a = 1 \wedge c = 2$$

Finalmente el polinomio será:

$$P(x) = x^3 + 2x^2 + 4x - 8$$

$$P(1) = 1 + 2 + 4 - 8$$

$$\therefore P(1) = -1$$

Rpta.: E

Resolución 11: Sea:

$$K = \frac{(x+5)^2 + (x-5)^2}{(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})} - x^2$$

Por la equivalencia de Legendre y la diferencia de cuadrados:

$$K = \frac{2(x^2 + 25)}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2} - x^2$$

$$K = \frac{2(x^2 + 25)}{2} - x^2$$

$$K = x^2 + 25 - x^2$$

$$\therefore K = 25$$

Rpta.: D**Resolución 12:**

Sea:

$$K = (x - 3y)^2 - 4y(2y - x) + 8$$

$$K = x^2 + 9y^2 - 6xy - 8y^2 + 4xy + 8$$

$$K = x^2 + y^2 - 2xy + 8$$

$$K = (x - y)^2 + 8$$

Dato:

$$x - y = 8$$

$$K = (8)^2 + 8 = 64 + 8$$

$$\therefore K = 72$$

Rpta.: A**Resolución 13:** Por trinomio al cubo:

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(a + c)(b + c)$$

$$(4)^3 = 40 + 3(a + b)(a + c)(b + c)$$

$$64 - 40 = 3(a + b)(a + c)(b + c)$$

$$24 = 3(a + b)(a + c)(b + c)$$

$$\therefore (a + b)(a + c)(b + c) = 8$$

Rpta.: A

Resolución 14: Efectuando cada columna según la equivalencia de Steven:

$$A = (x + 7)(x + 2) - (x + 6)(x + 3) + 1$$

$$A = x^2 + 9x + 14 - (x^2 + 9x + 18) + 1$$

$$A = x^2 + 9x + 14 - x^2 - 9x - 18 + 1$$

$$A = -3$$

$$B = (x + 5)(x + 3) - (x + 6)(x + 2) - 1$$

$$B = x^2 + 8x + 15 - (x^2 + 8x + 12) - 1$$

$$B = x^2 + 8x + 15 - x^2 - 8x - 12 - 1$$

$$B = 2$$

$$\therefore A < B$$

Rpta.: B

Resolución 15: Según la teoría:

$$I. (x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$II. x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$III. (x + y)^3 = x^3 + y^3 \text{ sólo si } x = 0 \vee y = 0$$

$$\therefore FFF$$

Rpta.: D

Resolución 16: Datos :

$$x = a - b \wedge y = ab$$

Se pide:

$$K = \sqrt[3]{(a - b + y)(x^2 - xab + y^2) - x^3}$$

$$K = \sqrt[3]{(x + y)(x^2 - xy + y^2) - x^3}$$

$$K = \sqrt[3]{x^3 + y^3 - x^3}$$

$$K = \sqrt[3]{y^3}$$

$$\therefore K = y$$

Rpta.: D

Resolución 17: Se pide:

$$E = \left(\frac{m}{n}\right)^k + \left(\frac{n}{m}\right)^k$$

Por condición:

$$\frac{m}{n} + \frac{n}{m} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad m^2 + n^2 = 2mn$$

$$m^2 + n^2 - 2mn = 0 \Rightarrow (m - n)^2 = 0$$

$$m - n = 0 \Rightarrow m = n$$

Finalmente:

$$E = (1)^k + (1)^k = 1 + 1$$

$$\therefore E = 2$$

Rpta.: B**Resolución 18:** Se pide:

$$K = \frac{(x + y - 2z)^3 + (y + z - 2x)^3 + (x + z - 2y)^3}{xyz}$$

Por condición:

$$x + y + z = 0 \rightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

De donde:

$$x + y = -z; \quad y + z = -x; \quad x + z = -y$$

Ahora tenemos:

$$K = \frac{(-3z)^3 + (-3x)^3 + (-3y)^3}{xyz}$$

$$K = \frac{-27z^3 - 27x^3 - 27y^3}{xyz}$$

$$K = \frac{-27(x^3 + y^3 + z^3)}{xyz}$$

$$K = \frac{-27(3xyz)}{xyz}$$

$$\therefore K = -81$$

Rpta.: D**Resolución 19:** Se pide:

$$K = \left(\frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} + \frac{b+c}{a}\right) \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}\right)$$

Por condición:

$$a + b + c = 0$$

De donde:

$$a + b = -c; \quad a + c = -b; \quad b + c = -a$$

Finalmente:

$$K = (-1 - 1 - 1) \cdot (-1 - 1 - 1)$$

$$K = (-3) \cdot (-3)$$

$$\therefore K = 9$$

Rpta.: B

Resolución 20: Sea "K" el equivalente pedido, luego:

$$K = \frac{\frac{(2a+b)^2 - (2a-b)^2}{(2a-b)(2a+b)}}{\frac{(2a+b)^2 + (2a-b)^2}{(2a-b)(2a+b)}} \cdot \left[\frac{4a^2 + b^2}{4} \right]$$

$$K = \frac{8ab}{2(4a^2 + b^2)} \cdot \frac{4a^2 + b^2}{4}$$

$$K = \frac{8ab}{8}$$

$$\therefore K = ab$$

Rpta.: A

Resolución 21: Por condición procedemos a plantear dos casos:

I. $GA(M) = 17 \Rightarrow 2(n-1) + 3k = 17$

$$2n - 2 + 3k = 17$$

$$2n + 3k = 19$$

II. Coef de (M) = GR (x)

$$\Rightarrow n + k = 2(n-1)$$

$$n + k = 2n - 2$$

$$k = n - 2$$

Ahora en el primer caso se tendrá:

$$2n + 3(n-2) = 19$$

$$2n + 3n - 6 = 19$$

$$5n = 25$$

$$n = 5$$

Reemplazando el valor obtenido para "n" en el segundo caso tenemos:

$$k = n - 2$$

$$k = 5 - 2$$

$$k = 3$$

$$\therefore n + k = 8$$

Rpta.: A

Resolución 22: La expresión propuesta se puede reescribir de la manera siguiente:

$$M(x) = x^{\frac{n-1}{n-2}} \cdot x^{\frac{n-2}{n-1}}$$

$$M(x) = x^{\frac{n-1}{n-2} + \frac{n-2}{n-1}}$$

$$M(x) = x^{\frac{(n-1)^2 + (n-2)^2}{(n-2)(n-1)}}$$

$$M(x) = x^{\frac{2n^2 - 6n + 5}{n^2 - 3n + 2}}$$

$$M(x) = x^{\frac{2(n^2 - 3n) + 5}{n^2 - 3n + 2}} \dots\dots\dots(1)$$

Por condición: $n^2 - 3n + 4 = 0$

$$n^2 - 3n = -4 \dots\dots\dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1) tenemos:

$$M(x) = x^{\frac{2(-4) + 5}{-4 + 2}} = x^{\frac{-8 + 5}{-2}}$$

$$M(x) = x^{\frac{-3}{-2}} = x^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore GA(M) = \frac{3}{2}$$

Rpta.: B

Resolución 23: Por condición debemos plantear lo siguiente:

$$GA(P) - GR(y) = 9$$

$$2n^2 + n - n^2 - n = 9$$

$$n^2 = 9$$

$$\therefore n = 3$$

Rpta.: B

Resolución 24: I. Hallemos $F(H(x))$:

$$F(x) \equiv x + 2$$

$$F(H(x)) \equiv H(x) + 2$$

$$F(H(x)) \equiv x - 2 + 2$$

$$\Rightarrow F(H(x)) \equiv x$$

II. Hallemos $H(F(x))$:

$$H(x) \equiv x - 2$$

$$H(F(x)) \equiv F(x) - 2$$

$$H(F(x)) \equiv x + 2 - 2$$

$$\Rightarrow H(F(x)) \equiv x$$

Finalmente tenemos:

$$F(H(x)) + H(F(x)) = x + x$$

$$\therefore F(H(x)) + H(F(x)) = 2x$$

Rpta.: C**Resolución 25:** Por condición tenemos:

$$x F(x) + 16 \equiv 4 F(x) + x^2$$

$$x F(x) - 4 F(x) \equiv x^2 - 16$$

$$(x - 4) \cdot F(x) \equiv x^2 - 16$$

$$(x - 4) \cdot F(x) \equiv (x - 4) \cdot (x + 4)$$

Aquí fácilmente reconocemos que:

$$F(x) \equiv x + 4$$

$$\therefore F(x - 4) \equiv x$$

Rpta.: C**Resolución 26:** La expresión dada es:

$$P(x) \equiv \frac{3x + 4}{2x - 3}$$

Reemplazando x por $P(x)$:

$$P(P(x)) \equiv \frac{3P(x) + 4}{2P(x) - 3}$$

$$P(P(x)) \equiv \frac{3\left(\frac{3x + 4}{2x - 3}\right) + 4}{2\left(\frac{3x + 4}{2x - 3}\right) - 3}$$

$$P(P(x)) = \frac{\frac{9x+12+8x-12}{2x-3}}{\frac{6x+8-6x+9}{2x-3}}$$

$$P(P(x)) = \frac{17x}{17}$$

$$\therefore P(P(x)) = x$$

Rpta.: C

Resolución 27: Según la primera condición tenemos:

$$P(x) = 3x - 10$$

Reemplazando x por $F(x)$ tenemos:

$$P(F(x)) = 3F(x) - 10$$

Utilizando la segunda condición obtenemos:

$$6x + 5 = 3F(x) - 10$$

$$6x + 15 = 3F(x)$$

$$3F(x) = 6x + 15$$

$$F(x) = 2x + 5$$

$$\therefore F(8) = 21$$

Rpta.: A

Resolución 28: De acuerdo con los teoremas de exponentes procedemos a simplificar la expresión dada:

$$M(x) = \frac{[x^{3n-6} \cdot x^{2n-3}]^2}{[x^{2n} \cdot x^4]^2 \cdot x^2}$$

$$M(x) = \frac{(x^{5n-9})^2}{(x^{2n+4})^2 \cdot x^2}$$

$$M(x) = \frac{x^{10n-18}}{x^{4n+8} \cdot x^2} = \frac{x^{10n-18}}{x^{4n+10}}$$

$$M(x) = x^{6n-28}$$

Por condición tenemos:

$$6n - 28 = 8$$

$$6n = 36$$

$$\therefore n = 6$$

Rpta.: D

Resolución 29: Fácilmente podemos reconocer que el polinomio dado es homogéneo, cuyo grado de homogeneidad es $3m + 2n$.

Por condición:

$$3m + 2n = 24 \dots\dots\dots(1)$$

Por condición:

$$GR(x) - GR(y) = 2$$

$$2m + n - 2 - (m + n + 2) = 2$$

$$2m + n - 2 - m - n - 2 = 2$$

$$m - 4 = 2$$

$$m = 6 \dots\dots\dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$3(6) + 2n = 24$$

$$18 + 2n = 24$$

$$2n = 6$$

$$n = 3$$

$$\therefore mn = 18$$

Rpta.: E

Resolución 30: Por ser polinomios idénticos, fácilmente reconocemos que $a + b = 3$.

I. Por término independiente:

$$a \cdot (1)^a \cdot (-a)^b = 1$$

$$a \cdot (-a)^b = 1$$

$$a = 1 \wedge b = 2$$

II. Por coeficiente principal:

$$a(b)^a \cdot (c)^b = 50$$

$$2c^2 = 50$$

$$c^2 = 25$$

$$c = \pm 5$$

Sólo aceptamos $c = 5$ ¿Por qué? Porque $c = -5$ no verifica la identidad.

$$\therefore a + b + c = 8$$

Rpta.: C

Resolución 31: Como $P(x; y)$ es un polinomio, notamos que $a \in \mathbb{Z} \cup \{0\}$ y $b, c \in \mathbb{N}$.

Por propiedad:

$$abc + 16 = 0 \wedge bc + a = 0 \wedge b - c = 0$$

$$abc = -16 \wedge a = -bc \wedge b = c$$

$$ab^2 = -16 \wedge a = -b^2 \wedge b = c$$

Aquí tenemos:

$$-b^2, b^2 = -16$$

$$b^4 = 16$$

$$b = 2 \wedge c = 2 \wedge a = -4$$

En la expresión Q:

$$Q(x; y) = \sqrt{x^{-4} + 2\sqrt{x^2 + y^4}}$$

$$[Q^0] = \frac{4}{2.2} = \frac{4}{4}$$

$$\therefore [Q^0] = 1$$

Rpta.: D

Resolución 32: Por condición se plantea:

$$P(1) + P(0) = 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

En el polinomio dado:

$$P(x + 1) = (2x + 1)^n + (x + 2)^n - 128(2x + 3)$$

Para $x = 0$:

$$P(1) = 1 + 2^n - 384 = 2^n - 283$$

Para $x = -1$:

$$P(0) = -1 + 1 - 128 = -128$$

Ahora en (1) tenemos:

$$2^n - 383 - 128 = 1$$

$$2^n = 512$$

$$\therefore n = 9$$

Rpta.: D

Resolución 33: La relación dada es:

$$F(x + 2\sqrt{x}) \equiv x + 4\sqrt{x} + 4$$

$$F(x + 2\sqrt{x}) \equiv (\sqrt{x} + 2)^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

Hagamos que $x + 2\sqrt{x} = u$, completando cuadrados obtenemos:

$$(\sqrt{x} + 1)^2 = u + 1$$

$$\sqrt{x} + 1 = \sqrt{u + 1}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{u + 1} - 1$$

Ahora en (1) se tendrá:

$$F(u) \equiv (\sqrt{u + 1} - 1 + 2)^2$$

$$F(u) \equiv (\sqrt{u + 1} + 1)^2$$

Reemplazando "u" por $x - 2\sqrt{x}$:

$$F(x - 2\sqrt{x}) \equiv (\sqrt{x - 2\sqrt{x} + 1} + 1)^2$$

$$F(x - 2\sqrt{x}) \equiv (\sqrt{(\sqrt{x} - 1)^2 + 1} + 1)^2$$

$$F(x - 2\sqrt{x}) \equiv (\sqrt{x} - 1 + 1)^2$$

$$F(x - 2\sqrt{x}) \equiv (\sqrt{x})^2$$

$$\therefore F(x - 2\sqrt{x}) \equiv x$$

Rpta.: A

Resolución 34: Recordemos que un polinomio homogéneo se caracteriza por presentar 2 ó más variables y cada uno de sus términos presenta igual grado.

Por condición:

$$a + b + a - b = 4; \quad b \neq 0$$

$$2a = 4; \quad b \neq 0$$

$$a = 2; \quad b \neq 0$$

El polinomio será:

$$P(x; y) \equiv 2x^{2+b}y^{2-b} - by^4$$

Por existencia del polinomio "2 + b" y "2 - b" deben ser naturales y por ser el polinomio homogéneo de grado 4, $b \neq 0$ y $b \neq -2$.

Observa que $b = -1; 1$ y 2

$\therefore$ "b" asume 3 valores.

Rpta.: C

Resolución 35: Para determinar el mayor valor de $abcd$ debemos considerar dos casos, veamos:

I. Ordenado de forma decreciente:

$$\begin{aligned} a-1 &= 3 \wedge b-2 = 2 \wedge c-3 = 1 \wedge d-4 = 0 \\ a &= 4 \wedge b = 4 \wedge c = 4 \wedge d = 4 \\ \Rightarrow a \cdot b \cdot c \cdot d &= 256 \end{aligned}$$

II. Ordenado de forma creciente:

$$\begin{aligned} a-1 &= 0 \wedge b-2 = 1 \wedge c-3 = 2 \wedge d-4 = 3 \\ a &= 1 \wedge b = 3 \wedge c = 5 \wedge d = 7 \\ \Rightarrow a \cdot b \cdot c \cdot d &= 105 \\ \therefore (abcd)_{\text{máximo}} &= 256 \end{aligned}$$

Rpta.: C

Resolución 36: Datos:

$$a + b = 4 \wedge ab = 2$$

Halleamos $a^2 + b^2$:

$$\begin{aligned} \text{con } a + b &= 4 \rightarrow (a + b)^2 = (4)^2 \\ a^2 + b^2 + 2(ab) &= 16 \\ \Rightarrow a^2 + b^2 + 4 &= 16 \\ a^2 + b^2 &= 12 \end{aligned}$$

Halleamos $a^3 + b^3$:

$$\begin{aligned} \text{Con } a + b &= 4 \rightarrow (a + b)^3 = (4)^3 \\ a^3 + b^3 + 3(ab)(a + b) &= 64 \\ \Rightarrow a^3 + b^3 + 24 &= 64 \\ a^3 + b^3 &= 40 \end{aligned}$$

Se plantea:

$$\begin{aligned} (a^3 + b^3)(a^2 + b^2) &= (40)(12) \\ a^5 + a^3b^2 + b^3a^2 + b^5 &= 480 \\ a^5 + a^2b^2(a + b) + b^5 &= 480 \\ a^5 + (ab)^2(a + b) + b^5 &= 480 \\ a^5 + 16 + b^5 &= 480 \\ \therefore a^5 + b^5 &= 464 \end{aligned}$$

Rpta.: B

Resolución 37: Sea:

$$K = \frac{(x-1)^3 - (2-y)^3 + (z-3)^3}{(1-x)(y-2)(3-z)}$$

$$K = \frac{(x-1)^3 + (y-2)^3 + (z-3)^3}{(x-1)(y-2)(z-3)}$$

Condición: $x + y + z = 1 + 2 + 3 \Leftrightarrow (x+1) + (y-2) + (z-3) = 0$

Por equivalencia condicional:

$$(x-1)^3 + (y-2)^3 + (z-3)^3 = 3(x-1)(y-2)(z-3)$$

$$K = \frac{3(x-1)(y-2)(z-3)}{(x-1)(y-2)(z-3)}$$

$$\therefore K = 3$$

Rpta.: C

Resolución 38: Se pide:

$$K = \frac{a^2 + b^2}{ab} + \frac{a + 2b}{2a} + \frac{2b}{a + 3b}$$

Por condición:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{4}{a+b} \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{4}{a+b}$$

$$(a+b)^2 = 4ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 4ab$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 = 0$$

De donde:

$$a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

Finalmente:

$$K = \frac{2a^2}{a^2} + \frac{3a}{2a} + \frac{2a}{4a}$$

$$K = 2 + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore K = 4$$

Rpta.: D

Resolución 39: Datos:

$$a + b + c = 5 \wedge a^2 + b^2 + c^2 = 50$$

Se pide:

$$K = (a+b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2$$

$$K = a^2 + b^2 + 2ab + a^2 + c^2 + 2ac + b^2 + c^2 + 2bc$$

$$K = a^2 + b^2 + c^2 + a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$K = a^2 + b^2 + c^2 + (a+b+c)^2$$

$$K = 50 + 25$$

$$\therefore K = 75$$

Rpta.: D

Resolución 40: Despejando "m":

$$x^6 - mx^3 + 1 = 0$$

$$x^6 + 1 = mx^3$$

$$\frac{x^6 + 1}{x^3} = m$$

De donde obtenemos:

$$m = x^3 + x^{-3}$$

Por condición tenemos:

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x^2 + 1 = 3x$$

$$\frac{x^2 + 1}{x} = 3$$

$$x + x^{-1} = 3$$

Elevando al cubo:

$$(x + x^{-1})^3 = (3)^3$$

$$x^3 + x^{-3} + 3(x \cdot x^{-1})(x + x^{-1}) = 27$$

$$m + 3(1)(3) = 27$$

$$m + 9 = 27$$

$$\therefore m = 18$$

Rpta.: B**Resolución 41:** Sea:

$$K = (2x+1)(2x+5)\underline{(x^2-1)} - (2x^2+3x-7)(2x^2+3x+3)$$

$$K = \underline{(2x+1)(x+1)(2x+5)(x-1)} - (2x^2+3x-7)(2x^2+3x+3)$$

$$K = (2x^2+3x+1)(2x^2+3x-5) - (2x^2+3x-7)(2x^2+3x+3)$$

Hagamos que:

$$2x^2 + 3x = m$$

$$K = (m+1)(m-5) - (m-7)(m+3)$$

$$K = m^2 - 4m - 5 - (m^2 - 4m - 21)$$

$$K = m^2 - 4m - 5 - m^2 + 4m + 21 = -5 + 21$$

$$\therefore K = 16$$

Rpta.: C

Resolución 42: Se pide: $K = \frac{x^4 + y^4 + z^4 - xy^2z}{x^2y^2 - x^2z^2 + y^2z^2}$

Por condición: $x(x - y) + y(y - z) + z(z - x) = 0$

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + xz$$

Por implicancia: $x = y = z$

Ahora tenemos: $K = \frac{3x^4 - x^4}{x^4 - x^4 + x^4}$

$$K = \frac{2x^4}{x^4}$$

$\therefore K = 2$

Rpta.: B

Resolución 43: Por condición: $a + b = 7 \wedge ab = 2$

Se pide: $K = (a + b) + (a^2 + b^2) + (a^3 + b^3)$

Halleemos $a^2 + b^2$:

Con $a + b = 7 \rightarrow (a + b)^2 = (7)^2$

$$a^2 + b^2 + 2(ab) = 49 \Rightarrow a^2 + b^2 + 4 = 49$$

$$a^2 + b^2 = 45$$

Halleemos $a^3 + b^3$:

Con $a + b = 7 \rightarrow (a + b)^3 = (7)^3$

$$a^3 + b^3 + 3(ab)(a + b) = 343 \Rightarrow a^3 + b^3 + 42 = 343$$

$$a^3 + b^3 = 301$$

Finalmente: $K = 7 + 45 + 301$

$\therefore K = 353$

Rpta.: C

Resolución 44: A partir de: $\sqrt[n]{mn}^2 - \sqrt[n]{pq}^2 = 24$

$$(\sqrt[n]{mn} + \sqrt[n]{pq})(\sqrt[n]{mn} - \sqrt[n]{pq}) = 24$$

Con la condición: $(6)(\sqrt[n]{mn} - \sqrt[n]{pq}) = 24$

$\therefore \sqrt[n]{mn} - \sqrt[n]{pq} = 4$

Rpta.: D

Resolución 45: Se pide: $K = (a+b)^3 + (a-b)^3 - 8a^3 + 6a(a-b)(a+b)$

Observar que: $K = (a+b)^3 + (a-b)^3 + (-2a)^3 + 6a(a-b)(a+b)$
 $(a+b) + (a-b) + (-2a) = 0$

Por condicional: $(a+b)^3 + (a-b)^3 + (-2a)^3 = 3(a+b)(a-b)(-2a)$

Finalmente: $K = 3(a+b)(a-b)(-2a) + 6a(a-b)(a+b)$
 $K = -6(a+b)(a-b)a + 6(a+b)(a-b)a$
 $\therefore K = 0$

Rpta.: D

Resolución 46: Se pide: $K = (x^2 + x - 4)^2 - (x-2)(x-1)(x+2)(x+3)$

Hagamos: $K = (x^2 + x - 4)^2 - \underbrace{(x-2)(x+3)(x-1)(x+2)}$

$K = (x^2 + x - 4)^2 - (x^2 + x - 6)(x^2 + x - 2)$

$x^2 + x = m$, luego:

$K = (m-4)^2 - (m-6)(m-2)$
 $K = m^2 + 16 - 8m - (m^2 - 8m + 12)$
 $K = m^2 + 16 - 8m - m^2 + 8m - 12$
 $K = 16 - 12$
 $\therefore K = 4$

Rpta.: B

Resolución 47: Se pide: $K = \frac{a^3 + (b-1)^3 + (c-2)^3}{a(b-1)(c-2)}$

Por condición: $a + b + c = 1 + 2$
 $a + (b-1) + (c-2) = 0$

Por la equivalencia condicional se cumple:

$a^3 + (b-1)^3 + (c-2)^3 = 3a(b-1)(c-2)$

Finalmente: $K = \frac{3a(b-1)(c-2)}{a(b-1)(c-2)}$
 $\therefore K = 3$

Rpta.: C

Resolución 48:

Sea:

$$K = \frac{(a+b+c)^2 + (a+b-c)^2 + 2(a+b+c)(a+b-c) - 4(a-b)^2}{\text{Trinomio cuadrado perfecto}}$$

$$K = [(a+b+c)^2 + (a+b-c)^2] - [2(a-b)]^2$$

$$K = [2(a+b)]^2 - [2(a-b)]^2$$

$$K = (2a+2b)^2 - (2a-2b)^2$$

Por diferencia de cuadrados:

$$K = (4a)(4b)$$

$$\therefore K = 16ab$$

Rpta.: D

Resolución 49:

Por condición:

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{5}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \sqrt{5}$$

Elevando al cuadrado:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 3$$

Elevando al cuadrado:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 + \left(\frac{b}{a}\right)^4 = 7$$

Elevando al cuadrado:

$$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^8 + \left(\frac{b}{a}\right)^8 = 47$$

Rpta.: D

Resolución 50:

Se pide:

$$K = \frac{(a^3 + b^3 + c^3)(a^2 + b^2 + c^2)}{abc(ab + ac + bc)}$$

Por condición: $a + b + c = 0$, ahora tenemos:

$$K = \frac{(3abc)[-2(ab + ac + bc)]}{abc(ab + ac + bc)}$$

$$\therefore K = -6$$

Rpta.: B

Resolución 51: En (1) hacemos $x = 1$:

$$P(9) = a + b$$

En (2) hacemos $x = 11$:

$$P(9) = 3(11) - 5$$

$$P(9) = 33 - 5$$

$$P(9) = 28$$

$$\therefore a + b = 28$$

Rpta.: C

Resolución 52: I. Por existencia del polinomio:

$$m^m - 2 \geq 0 \Rightarrow m^m \geq 2$$

$$\Rightarrow m = 2; 3 \text{ ó } 4$$

II. Por ser polinomio homogéneo:

$$m^m - 2 = n^2 = 3m - 4 + 4n$$

$$m = 3$$

$$n = 5$$

$$\therefore m + n = 8$$

Rpta.: D

Resolución 53: Se pide calcular:

$$m + n + p + q$$

Por condición:

$$p - 8 = 3 \wedge m - 4 = 2 \wedge n + 5 = 1 \wedge q - 2 = 0$$

$$p = 11 \wedge m = 6 \wedge n = -4 \wedge q = 2$$

$$\therefore m + n + p + q = 15$$

Rpta.: E

Resolución 54: Una rápida inspección permite reconocer que el grado absoluto es: $m + n + 5$

Por condición tenemos:

$$m + n + 5 = 11$$

$$m + n = 6 \quad \dots\dots\dots (1)$$

También por condición:

$$GR(x) - GR(y) = 5$$

$$n + 3 - (m + 2) = 5$$

$$n + 3 - m - 2 = 5$$

$$n - m + 1 = 5$$

$$n - m = 4 \quad \dots\dots\dots (2)$$

Efectuando (1) + (2):

$$2n = 10$$

$$n = 5 \quad \dots\dots\dots(3)$$

Reemplazando (3) en (1):

$$m + 5 = 6$$

$$m = 1$$

$$\therefore 2m + n = 7$$

Rpta.: C

Resolución 55: Fácilmente podemos reconocer que el polinomio dado es de grado $m + p$, siendo su término dominante el primero.

Por condición al restar $12x^3y^4$ el grado del polinomio disminuye, luego se cumple

que: $12x^3y^4 = nx^m y^p$

Aquí reconocemos que:

$$m = 3 \wedge n = 12 \wedge p = 4$$

$$\therefore m + n + p = 19$$

Rpta.: A

Resolución 56: El polinomio es:

$$P(x) = (a + 2b - 3)x^2 + 2a + 4b - 6 + (2a + 3b - 4)x^2 + \\ + (10a + 15b - 20)x - 4a - 6b + 8 + c$$

$$P(x) = (3a + 5b - 7)x^2 + (10a + 15b - 20)x - 2a - 2b + 2 + c$$

Aparentemente $P(x)$ es de segundo grado, pero por condición se anula para más de dos valores de x .

Por lo tanto $P(x)$ es idénticamente nulo, luego se cumple que:

$$3a + 5b - 7 = 0 \wedge 10a + 15b - 20 = 0 \wedge -2a - 2b + 2 + c = 0$$

$$3a + 5b = 7 \wedge 10a + 15b = 20 \wedge 2a + 2b = 2 + c$$

$$3a + 5b = 7 \wedge 2a + 3b = 4 \wedge 2(a + b) - 2 = c$$

Resolviendo:

$$a = -1 \wedge b = 2 \wedge c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

Rpta.: E

Resolución 57: Por existencia de polinomio, se cumple que:

$5 - n, n - 3$ y $n - 1$ son números naturales.

Luego tenemos: $n = 3; 4 \text{ ó } 5$

$$\text{Si } n = 3 \Rightarrow P(x) = x^2 + 1 + x^2 = 2x^2 + 1$$

$$\text{Si } n = 4 \Rightarrow P(x) = x + x + x^3 = x^3 + 2x$$

$$\text{Si } n = 5 \Rightarrow P(x) = 1 + x^2 + x^4$$

$$\therefore \text{Grado de } P(x) = 4$$

Rpta.: C

Resolución 58: El polinomio dado es:

$$P(x; y) = x^{n-2}y^n + (xy)^2y^n + x^n$$

$$P(x; y) = x^{n-2}y^n + x^2y^{n+2} + 2 + x^n$$

Fácilmente reconocemos que:

$$GR(x) = n^n \wedge GR(y) = n^n + 2$$

Por condición se tiene que:

$$GR(x) \cdot GR(y) = 24$$

$$n^n \cdot (n^n + 2) = 24$$

$$n^n = 4$$

$$\therefore n = 2$$

Rpta.: B

Resolución 59: Supongamos que "a" y "b" son los grados absolutos de $P(x)$ y $Q(x)$ respectivamente, luego según la condición tenemos:

$$\text{I. Grado de: } [P(x)]^2 \cdot [Q(x)]^3 = 21$$

$$2a + 3b = 21$$

$$\text{II. Grado de: } [P(x)]^4 \cdot [Q(x)]^2 = 22$$

$$4a + 2b = 22$$

$$2a + b = 11$$

Formando un sistema de ecuaciones:

$$2a + 3b = 21 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$2a + b = 11 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{Restando: } 2b = 10 \Rightarrow b = 5$$

Reemplazando $b = 5$ en (2) tenemos:

$$2a + 5 = 11$$

$$2a = 6$$

$$a = 3$$

$$\therefore \text{Grado de } P(x) = 3$$

Rpta.: C

Resolución 60: El polinomio dado es:

$$P(ax + b) \equiv b(x + 2) + a(x + 3) + 2$$

$$P(ax + b) \equiv bx + 2b + ax + 3a + 2$$

$$P(ax + b) \equiv (a + b)x + 3a + 2b + 2$$

Hagamos que $ax + b = u \Rightarrow x = \frac{u - b}{a}$, ahora en el polinomio:

$$P(u) \equiv (a + b) \left(\frac{u - b}{a} \right) + 3a + 2b + 2$$

$$P(u) \equiv \left(\frac{a + b}{a} \right) u - \left(\frac{a + b}{a} \right) b + 3a + 2b + 2$$

$$P(x) \equiv \left(\frac{a + b}{a} \right) x - \left(\frac{a + b}{a} \right) b + 3a + 2b + 2$$

Por condición $P(x) \equiv 0$, luego se cumple que:

$$\frac{a + b}{a} = 0 \wedge \left(\frac{a + b}{a} \right) b + 3a + 2b + 2 = 0$$

$$a = -b \wedge 3a + 2b + 2 = 0$$

$$-3b + 2b + 2 = 0$$

$$-b + 2 = 0$$

$$2 = b \wedge a = -2$$

$$\therefore a - b = -4$$

Rpta.: D

Resolución 61: Simplificando en el polinomio $G(x)$.

$$G(x) \equiv 2\sqrt{abc} \cdot \frac{x^2}{\sqrt{c}} + 2\sqrt{abc} \cdot \frac{x}{\sqrt{a}} + 2\sqrt{abc} \cdot \frac{1}{\sqrt{b}}$$

$$G(x) \equiv 2\sqrt{ab} x^2 + 2\sqrt{bc} x + 2\sqrt{ac}$$

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 02

Por condición $F(x) \equiv G(x)$, luego se cumple que:

$$\begin{aligned} a+b &= 2\sqrt{ab} \wedge b+c = 2\sqrt{bc} \wedge a+c = 2\sqrt{ac} \\ a+b-2\sqrt{ab} &= 0 \wedge b+c-2\sqrt{bc} = 0 \wedge a+c-2\sqrt{ac} = 0 \\ (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 &= 0 \wedge (\sqrt{b}-\sqrt{c})^2 = 0 \wedge (\sqrt{a}-\sqrt{c})^2 = 0 \\ \sqrt{a}-\sqrt{b} &= 0 \wedge \sqrt{b}-\sqrt{c} = 0 \wedge \sqrt{a}-\sqrt{c} = 0 \\ \sqrt{a} &= \sqrt{b} \wedge \sqrt{b} = \sqrt{c} \wedge \sqrt{a} = \sqrt{c} \\ a=b \wedge b=c \wedge a=c \\ \hline a &= b = c \end{aligned}$$

Finalmente tenemos:

$$S = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a+b+c)^2} = \frac{3a^2}{(3a)^2} = \frac{3a^2}{9a^2}$$

$$\therefore S = \frac{1}{3}$$

Rpta.: B

Resolución 62:

La expresión dada se puede reescribir así:

$$P(x) = 5x^{n-3} + 3x^{\frac{n}{3}} - 2x^{7-n} + 1$$

Como $P(x)$ es un polinomio: $n-3$; $\frac{n}{3}$ y $7-n$ deben ser números naturales y esto sucede si: $n = 3$ ó 6 .

$\therefore \Sigma$ de valores de $n = 9$

Rpta.: C

Resolución 63:

Al observar cuidadosamente los exponentes de "x" notamos que van aumentando, razón por la cual podemos afirmar que el polinomio completo es ordenado en forma creciente.

Por condición: $2n-6=0 \Rightarrow n=3$

Ahora el polinomio dado se puede reescribir así:

$$P(x) = 9 + 8x + 7x^2 + \dots + 2x^7 + 1 \cdot x^8$$

Finalmente tenemos:

$$P(1) = \Sigma \text{ de coeficientes de } P(x)$$

$$P(1) = 9 + 8 + 7 + \dots + 2 + 1$$

$$P(1) = \frac{9 \times 10}{2} = 9 \times 5$$

$$\therefore P(1) = 45$$

Rpta.: A

Resolución 64: Los polinomios idénticos son:

$$P(x; y) = a^a x^2 + cxy + b^{4a} y^3$$

$$Q(x; y) = b^b x^2 + (9 - 2c)xy + a^b y^3$$

Por propiedad, se cumple que:

$$a^a = b^b \wedge c = 9 - 2c \wedge b^{4a} = a^b$$

$$a^a = b^b \wedge 3c = 9 \wedge b^{4a} = a^b$$

$$a^a = b^b \wedge c = 3 \wedge b^{4a} = a^b$$

Recordemos que: $\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{4}\right)}$, luego podemos establecer que: $a = \frac{1}{4} \wedge b = \frac{1}{2}$

Finalmente tenemos:

$$\frac{c}{ab} = \frac{3}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}$$

$$\therefore \frac{c}{ab} = 24$$

Rpta.: D

Resolución 65: De acuerdo con la teoría tenemos:

$$\text{Grado de } P(x) = n^{n^n} \cdot n^{n^n} = (n^{n^n})^2$$

$$\text{Grado de } Q(x) = n^{n^n} \cdot 2 = 2(n^{n^n})$$

$$\text{Grado de } R(x) = 1$$

Por condición:

$$\text{Grado de } P(x) \cdot Q(x) \cdot R(x) = 289$$

$$(n^{n^n})^2 + 2(n^{n^n}) + 1 = 289$$

$$(n^{n^n} + 1)^2 = 289$$

$$n^{n^n} + 1 = 17$$

$$n^{n^n} = 16$$

$$n = 2$$

Ahora en la expresión M tenemos:

$$M(x) = (6x^4 - 3)^2 \cdot (x^3 - x^2 + 1)$$

$$[M]^o = 4 \times 2 + 3 = 8 + 3$$

$$\therefore [M]^o = 11$$

Rpta.: B

Resolución 66: Por condición tenemos:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{b+c} = \frac{c}{a+c}$$

Aplicando propiedad de proporciones:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{b+c} = \frac{c}{a+c} = \frac{a+b+c}{2(a+b+c)}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{b+c} = \frac{c}{a+c} = \frac{1}{2}$$

Igualando convenientemente tenemos:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = a+b : a=b$$

$$\frac{b}{b+c} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2b = b+c : b=c$$

$$\frac{c}{a+c} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2c = a+c : c=a$$

Nótese que $a = b = c$, luego en la expresión

$$P(x; y; z) = \frac{(a+b)^2 + c^2}{x} \sqrt[7]{a^2 y^6 a c^2 b c}$$

El grado viene dado por:

$$[P]^0 = \frac{7a^2 + 6ac + 2bc}{(a+b)^2 + c^2} = \frac{7a^2 + 6a^2 + 2a^2}{(2a)^2 + a^2}$$

$$[P]^0 = \frac{15a^2}{4a^2 + a^2} = \frac{15a^2}{5a^2} = \frac{15}{5}$$

$$\therefore [P]^0 = 3$$

Rpta.: A

Resolución 67: La expresión dada es:

$$P(x; y; z) = x^m y^{2n+1} z [x^{m-1} y z^{n-1} + (xy)^m z^n]$$

$$P(x; y; z) = \underbrace{x^{2m-1} y^{2n+2} z^n}_{2m+3n+1} + \underbrace{x^{2m} y^{m+2n+1} z^{n+1}}_{3m+3n+2}$$

Aquí reconocemos que el grado absoluto de la expresión es $3m + 3n + 2$, ahora por condición se plantea:

$$3m + 3n + 2 = 17$$

$$3m + 3n = 15$$

$$m + n = 5 \quad \dots\dots\dots(1)$$

También por condición:

$$GR(y) = 9$$

$$m + 2n + 1 = 9$$

$$m + 2n = 8 \quad \dots\dots\dots(2)$$

Efectuando $(2) - (1)$:

$$2n - n = 8 - 5$$

$$n = 3 \wedge m = 2$$

Finalmente tenemos:

$$(mn)^m = (2 \cdot 3)^2 = (6)^2$$

$$\therefore (mn)^m = 36$$

Rpta.: C

Resolución 68: Veamos el exponente de cada variable:

$$1^{\text{era}} \text{ variable: } 6 = 2^3 - 2$$

$$2^{\text{da}} \text{ variable: } 24 = 3^3 - 3$$

$$3^{\text{era}} \text{ variable: } 60 = 4^3 - 4$$

$$4^{\text{ta}} \text{ variable: } 120 = 5^3 - 5$$

$\vdots$

$$n\text{-ésima variable} = (n+1)^3 - (n+1)$$

Por condición se plantea:

$$2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + (n+1)^3 - [2+3+4+\dots+(n+1)] = 6006$$

$$\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2} \right]^2 - 1^3 - \left[\frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1 \right] = 6006$$

$$\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2} \right]^2 - 1 - \frac{(n+1)(n+2)}{2} + 1 = 6006$$

$$\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2} \right]^2 - \frac{(n+1)(n+2)}{2} = 6006$$

$$\frac{(n+1)(n+2)}{2} \left[\frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1 \right] = 6006$$

$$\frac{(n+1)(n+2)}{2} \left[\frac{n^2 + 3n + 2 - 2}{2} \right] = 6006$$

$$\frac{(n+1)(n+2)}{2} \cdot \frac{n^2 + 3n}{2} = 6 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 7$$

$$(n+1)(n+2)n(n+3) = \underline{2 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 7 \cdot 2}$$

$$n(n+1)(n+2)(n+3) = 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14$$

$$\therefore n = 11$$

Rpta.: D

Resolución 69: El polinomio dado es:

$$P(x) \equiv cx^a + cx^b + ax^b + ax^c + bx^a + bx^c + abc$$

$$P(x) \equiv (b+c)x^a + (a+c)x^b + (a+b)x^c + abc$$

Como $P(x)$ es un polinomio completo de 4 términos, su grado es 3.

Según la teoría se cumple que:

$$\{a, b, c\} = \{3; 2; 1\}$$

Aquí reconocemos que: $a + b + c = 6$ y $abc = 6$, finalmente tenemos:

$$P(1) = (b+c) + (a+c) + (a+b) + abc$$

$$P(1) = 2(a+b+c) + abc$$

$$P(1) = 2(6) + 6 = 12 + 6$$

$$\therefore P(1) = 18$$

Rpta.: D

Resolución 70: En (1) reemplazamos x por $F(x) + G(x)$:

$$Q[F(x) + G(x)] \equiv 2[F(x) + G(x)] + 3$$

$$4x + 3 \equiv 2[F(x) + G(x)] + 3$$

$$4x \equiv 2[F(x) + G(x)]$$

$$2x \equiv F(x) + G(x) \quad \dots\dots\dots(4)$$

En (1) reemplazamos x por $F(x) - G(x)$:

$$Q[F(x) - G(x)] \equiv 2[F(x) - G(x)] + 3$$

$$7 \equiv 2[F(x) - G(x)] + 3$$

$$4 \equiv 2[F(x) - G(x)]$$

$$2 \equiv F(x) - G(x) \quad \dots\dots\dots(5)$$

Efectuando (4) + (5):

$$2F(x) \equiv 2x + 2$$

$$F(x) \equiv x + 1$$

Efectuando (4) - (5):

$$2G(x) \equiv 2x - 2$$

$$G(x) \equiv x - 1$$

Finalmente tenemos:

$$E = F(G(1))$$

$$E = F(0)$$

$$\therefore E = 1$$

Rpta.: C

Resolución 71: Se pide calcular:

$$K = \frac{F(\sqrt[3]{2} + 5) + F(3)}{F(\sqrt[3]{2} + 5)}$$

Halleemos $F(3)$, según la regla de Ruffini:

	60	-185	45	-92	10	-12
$x = 3$		180	-15	90	-6	12
	60	-5	30	-2	4	$F(3)$

Del esquema tenemos: $F(3) = 0$

Finalmente en la expresión K :

$$K = \frac{F(\sqrt[3]{2} + 5) + 0}{F(\sqrt[3]{2} + 5)} = \frac{F(\sqrt[3]{2} + 5)}{F(\sqrt[3]{2} + 5)}$$

$$\therefore K = 1$$

Rpta.: A

Resolución 72: Por condición tenemos:

$$F(x) \equiv \sqrt{x^2 + 2F(x)}$$

$$F^2(x) \equiv x^2 + 2F(x)$$

$$F^2(x) - 2F(x) \equiv x^2$$

$$F^2(x) - 2F(x) + 1 \equiv x^2 + 1$$

$$[F(x) - 1]^2 \equiv x^2 + 1$$

$$F(x) - 1 \equiv \sqrt{x^2 + 1}$$

$$F(x) \equiv \sqrt{x^2 + 1} + 1$$

Reemplazando x por $\sqrt{2011^2 - 1}$

$$F(\sqrt{2011^2 - 1}) = \sqrt{2011^2 - 1} + 1$$

$$F(\sqrt{2011^2 - 1}) = \sqrt{2011^2 + 1}$$

$$F(\sqrt{2011^2 - 1}) = 2011 + 1 = 2012$$

Finalmente tenemos:

$$E = 2012 - F(\sqrt{2011^2 - 1})$$

$$E = 2012 - 2012$$

$$\therefore E = 0$$

Rpta.: C

Resolución 73: De la identidad, fácilmente podemos reconocer que $P(x)$ es un polinomio de primer grado, es decir su forma es: $P(x) \equiv ax + b$

Por propiedad: $P(P(x)) \equiv a^3x + b \left(\frac{a^3 - 1}{a - 1} \right)$

Por condición: $a^3x + b \left(\frac{a^3 - 1}{a - 1} \right) \equiv 27x + 52$

$$a^3 = 27 \wedge b \left(\frac{a^3 - 1}{a - 1} \right) = 52$$

$$a = 3 \wedge b \left(\frac{26}{2} \right) = 52$$

$$a = 3 \wedge b(13) = 52$$

$$a = 3 \wedge b = 4$$

Ahora el polinomio es:

$$P(x) \equiv 3x + 4$$

$$P(12) = 3(12) + 4$$

$$P(12) = 36 + 4$$

$$\therefore P(12) = 40$$

Rpta.: B

Resolución 74: La expresión dada es:

$$F\left(\frac{ax+b}{ax-b}\right) \equiv \frac{ax}{b} \dots\dots\dots(1)$$

Hagamos que: $\frac{ax+b}{ax-b} = u$, por propiedad de proporciones:

$$\frac{ax+b+ax-b}{ax+b-ax+b} = \frac{u+1}{u-1}$$

$$\frac{2ax}{2b} = \frac{u+1}{u-1}$$

$$\frac{ax}{b} = \frac{u+1}{u-1} \dots\dots\dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$F(u) \equiv \frac{u+1}{u-1}$$

Si $u = 7 \Rightarrow F(7) = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

Si $u = \frac{4}{3} \Rightarrow F\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{\frac{7}{1}}{\frac{1}{3}} = 7$

Una minuciosa inspección en "K" permite asegurar que si la composición se realiza en una cantidad impar obtenemos como resultado $\frac{4}{3}$, pero si la composición se realiza en una cantidad par se obtendrá 7.

$$\therefore K = 7$$

Rpta.: D

Resolución 75: Por condición: $P(kx; ky) = 64 P(x; y)$

Según Euler: $P(kx; ky) = k^n P(x; y)$

$$\text{Aquí reconocemos: } \underbrace{k^n = 64 = 2^6}_{n=6 \wedge k=2}$$

$$\therefore n + k = 8$$

Rpta.: C

Resolución 76: Se pide calcular: $K = \sqrt[4]{\frac{m}{x^9}} + \sqrt[4]{\frac{x^9}{m}}$

Elevando al cuadrado:

$$K^2 = \sqrt{\frac{m}{x^9}} + \sqrt{\frac{x^9}{m}} + 2$$

$$K^2 - 2 = \sqrt{\frac{m}{x^9}} + \sqrt{\frac{x^9}{m}}$$

Elevando al cuadrado:

$$(K^2 - 2)^2 = \underbrace{\frac{m}{x^9} + \frac{x^9}{m}}_{\text{Condición} = 7} + 2$$

$$(K^2 - 2)^2 = 9$$

$$K^2 - 2 = 3 \Rightarrow K^2 = 5$$

$$\therefore K = \sqrt{5}$$

Rpta.: C

Resolución 77: Se pide: $K = \frac{12b^2 + 12a^2}{3c^2} = \frac{4(b^2 + a^2)}{c^2}$

Por condición: $4a^2 + 4b^2 = 4c(a + b) - 2c^2$

$$4a^2 + 4b^2 = 4ac + 4bc - 2c^2$$

$$4a^2 - 4ac + c^2 + 4b^2 - 4bc + c^2 = 0$$

Por trinomio cuadrado perfecto se tiene:

$$(2a - c)^2 + (2b - c)^2 = 0$$

De donde se cumple:

$$2a - c = 0 \quad \wedge \quad 2b - c = 0$$

$$c = 2a \quad \wedge \quad c = 2b \Rightarrow a = b$$

Finalmente:

$$K = \frac{4(2a^2)}{4a^2}$$

$$\therefore K = 2$$

Rpta.: E

Resolución 78: Se pide:

$$K = \frac{(a-2b)^2}{ab} + \frac{(2b-3c)^2}{bc} + \frac{(3c-a)^2}{ac}$$

$$K = \frac{c(a-2b)^2 + a(2b-3c)^2 + b(3c-a)^2}{abc}$$

$$K = \frac{a^2c - 4abc + 4b^2c + 4ab^2 - 12abc + 9ac^2 + 9bc^2 - 6abc + a^2b}{abc}$$

$$K = \frac{a^2c + 4b^2c + 4ab^2 + 9ac^2 + 9bc^2 + a^2b - 22abc}{abc}$$

Agrupando:

$$K = \frac{(a^2c + 9ac^2) + (4b^2 + 9bc^2) + (4ab^2 + a^2b) - 22abc}{abc}$$

Por condición:

$$a + 4b + 9c = 0$$

De donde tenemos:

$$a + 9c = -4b; \quad 4b + 9c = -a; \quad a + 4b = -9c$$

$$K = \frac{ac(a+9c) + bc(4b+9c) + ab(4b+a) - 22abc}{abc}$$

$$K = \frac{ac(-4b) + bc(-a) + ab(-9c) - 22abc}{abc}$$

$$K = \frac{-4abc - abc - 9abc - 22abc}{abc}$$

$$K = \frac{-36abc}{abc}$$

$$\therefore K = -36$$

Rpta.: D

Resolución 79: Se pide:

$$K = \sqrt[3]{\frac{x^9 - 9x^3z^3 - z^9}{x^6 - 6x^2z^2 - z^6}}$$

Por condición:

$$x = \sqrt[3]{3+z^3} \Rightarrow x^3 = 3+z^3$$

$$x^3 - z^3 = 3 \Leftrightarrow (x^3 - z^3)^3 = (3)^3$$

$$x^9 - z^9 - 3(x^3 \cdot z^3)(x^3 - z^3) = 27$$

$$x^9 - z^9 - 9x^3z^3 = 27$$

Por condición:

$$y = \sqrt{2+z^2} \Rightarrow y^2 = 2+z^2$$

$$y^2 - z^2 = 2 \Rightarrow (y^2 - z^2)^3 = (2)^3$$

$$y^6 - z^6 - 3(y^2 \cdot z^2)(y^2 - z^2) = 8$$

$$x^6 - z^6 - 6y^2z^2 = 8$$

Finalmente:

$$K = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$$

$$\therefore K = \frac{3}{2}$$

Rpta.: C

Resolución 80: Teniendo en cuenta a la equivalencia de Legendre se tiene que calcular:

$$K = [4(ab)] [4(a^2b^2)] [4(a^3b^3)] \dots "n" \text{ factores}$$

$$K = 4^n (ab) \cdot (ab)^2 \cdot (ab)^3 \dots (ab)^n$$

$$K = 4^n (ab)^{1+2+3+\dots+n} = 4^n (ab)^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$K = 4^n \sqrt{(ab)^{n(n+1)}}$$

Por condición:

$$K = 4^n \cdot \frac{1}{4^n}$$

$$\therefore K = 1$$

Rpta.: B

Resolución 81: Se pide:

$$K = \frac{(x^2 + y)^2 - (y^2 + z)^2 + (z^2 + x)^2}{(x^2 + z)^2 + (y^2 + x)^2 - (x^2 + y)^2}$$

Reduciendo cada uno de los datos tenemos:

$$M = (y + z - 2x)^2 + (z + x - 2y)^2 + (x + y - 2z)^2$$

$$M = 6x^2 + 6y^2 + 6z^2 - 6xy - 6xz - 6yz$$

$$N = (y - z)^2 + (z - x)^2 + (x - y)^2$$

$$N = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$$

Por condición: $M = N$

$$4x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 4xy + 4xz + 4yz$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz$$

Por implicancia:

$$x = y = z$$

$$\therefore K = 1$$

Rpta.: A

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 02

Resolución 82: Se pide;

$$K = \frac{5ac}{(5+a)(5+c)(a+c)}$$

$$K = \frac{5ac}{(25+5a+5c+ac)(a+c)}$$

Por condición:

$$5a+5c+ac=0$$

$$5a+5c=-ac$$

$$a+c = -\frac{ac}{5}$$

Finalmente:

$$K = \frac{5ac}{(25+0)\left(-\frac{ac}{5}\right)}$$

$$K = \frac{25ac}{-25ac}$$

$$\therefore K = -1$$

Rpta.: B**Resolución 83:** Se pide;

$$K = \frac{a(a^2-1)+b(b^2-1)+c(c^2-1)}{abc+a+abc+b+abc+c}$$

$$K = \frac{a^3+b^3+c^3-(a+b+c)}{3abc+(a+b+c)}$$

Por condición:

$$a=2-\sqrt{3}$$

$$b=1-2\sqrt{3}$$

$$c=\sqrt{3}-3$$

$$K = \frac{a^3+b^3+c^3}{3abc} = \frac{3abc}{3abc}$$

$$\therefore K = 1$$

Rpta.: E**Resolución 84:** Se pide:

$$K = \frac{x^7+x^3-x^5}{x^5}$$

$$K = x^2 + \frac{1}{x^2} - 1$$

Por condición:

$$x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow x^2+1=3x$$

$$\frac{x^2+1}{x}=3 \Leftrightarrow x+\frac{1}{x}=3$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = (3)^2 \Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=7$$

Finalmente:

$$K = 7 - 1$$

$$\therefore K = 6$$

Rpta.: C

Resolución 85: Para: $M = (a+b)(a+c)(b-c) + (a+b)(c-a)(b+c)$
 $M = (a+b)[(a+c)(b-c) + (c-a)(b+c)]$
 $M = (a+b)(2bc - 2ac)$
 $M = 2c(a+b)(b-a)$

Para: $N = (a-b)(b+c)(a+c) + (a-b)(b-c)(c-a)$
 $N = (a-b)[(b+c)(a+c) + (b-c)(c-a)]$
 $N = (a-b)(2ac + 2bc)$
 $N = -2c(a+b)(b-a)$

$\therefore M + N = 0$

Rpta.: E

Resolución 86: Hagamos: $a + b + c = m$, luego:

$$M + N = (m+a)^3 + (m+b)^3 - 6m^3 + (m+c)^3 - 3m(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$M + N = a^3 + b^3 + c^3 - 3m^3 + 3m(a^2 + b^2 + c^2) + 3m^2 \underbrace{(a+b+c)}_m - \underbrace{3m(a^2 + b^2 + c^2)}_{\text{~~~~~}}$$

$$M + N = a^3 + b^3 + c^3 - 3m^3 + 3m^3$$

$\therefore M + N = a^3 + b^3 + c^3$

Rpta.: C

Resolución 87: Sea: $K = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + (x - a_3)^2 + \dots + (x - a_n)^2$

$$K = nx^2 - 2x(a_1 + a_2 + \dots + a_n) + a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2$$

Por dato: $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{nx}{2}$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2 = n$$

Ahora reemplazando:

$$K = nx^2 - 2x\left(\frac{nx}{2}\right) + n$$

$$K = nx^2 - nx^2 + n$$

$\therefore K = n$

Rpta.: A

Resolución 88: Por condición:

$$x = \sqrt[3]{1 + \frac{3\sqrt{14}}{5\sqrt{5}}} + \sqrt[3]{1 - \frac{3\sqrt{14}}{5\sqrt{5}}}$$

Elevando al cubo según la equivalencia de CAUCHY se obtiene:

$$x^3 = 2 + 3 \underbrace{\sqrt[3]{\left(1 + \frac{3\sqrt{14}}{5\sqrt{5}}\right) \left(1 - \frac{3\sqrt{14}}{5\sqrt{5}}\right)}}_{\text{Diferencia de cuadrados}} \cdot x$$

$$x^3 = 2 + 3 \sqrt[3]{1 - \frac{126}{125}} \cdot x$$

$$x^3 = 2 + 3x \sqrt[3]{-\frac{1}{125}}$$

$$x^3 = 2 + 3x \left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$x^3 = 2 - \frac{3x}{5}$$

$$5x^3 = 10 - 3x \Leftrightarrow 5x^3 + 3x = 10$$

$$\therefore 5x^3 + 3x + 1 = 11$$

Rpta.: C**Resolución 89:** De la condición:

$$x + 2 = 23\sqrt{2x}$$

$$\sqrt{x}^2 + \sqrt{2}^2 = 23\sqrt{2x}$$

Completando cuadrados:

$$\sqrt{x}^2 + \sqrt{2}^2 + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{2} = 25\sqrt{2x}$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{2})^2 = 25\sqrt{2x}$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{2} = 5\sqrt[4]{2x}$$

Extrayendo la raíz cuadrada:

$$\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{2}} = \sqrt{5\sqrt[4]{2x}}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{2}}}{\sqrt[8]{2x}} = \sqrt{5}$$

Rpta.: B

Resolución 90: Se pide: $K = \frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a + b + c}$

Por la equivalencia de GAUSS ahora se tendrá:

$$K = \frac{(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)}{a + b + c}$$

$$K = a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc$$

$$K = \frac{(a - b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2}{2}$$

Por condición: $a - b = \sqrt{3}$
 $b - c = \sqrt{3}$  Sumando: $a - c = 2\sqrt{3}$

Finalmente: $K = \frac{(\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2}{2}$

$$K = \frac{3 + 12 + 3}{2} = \frac{18}{2}$$

$$\therefore K = 9$$

Rpta.: C

Resolución 91: Se tiene:

$$F(x) = \sqrt[6]{\frac{x^{10} + 1 + 5x^5}{x^5}}$$

$$F(x) = \sqrt[6]{x^5 + \frac{1}{x^5} + 5}$$

Por condición: $x = 2 + \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$

Racionalizando: $\frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3}$

Ahora sumando: $x + \frac{1}{x} = 4$ (1)

(1) al cuadrado: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$

(1) al cubo: $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

Ahora planteamos: $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \cdot \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = (52)(14)$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 728$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} + 4 = 728$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = 724$$

Finalmente:

$$F(2 + \sqrt{3}) = \sqrt[6]{724 + 5} = \sqrt[6]{729}$$

$$\therefore F(2 + \sqrt{3}) = 3$$

Rpta.: A**Resolución 92:**

Se pide:

$$K = 3\sqrt{\frac{(a+b+c)^4}{a^4+b^4+c^4}} + 5\sqrt{\frac{(a+b+c)^6}{a^6+b^6+c^6}}$$

De la condición:

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$$

Por implicancia:

$$a = b = c$$

Finalmente:

$$K = 3\sqrt{\frac{(3a)^4}{3a^4}} + 5\sqrt{\frac{(3a)^6}{3a^6}}$$

$$K = 3\sqrt{3^3} + 5\sqrt{3^5} = 3 + 3$$

$$\therefore K = 6$$

Rpta.: E**Resolución 93:**De las condiciones: $a^2 + b^2 + c^2 = 1 \wedge a + b + c = 3$

Por trinomio al cubo:

$$(a+b+c)^3 = 3(a+b+c)(a^2+b^2+c^2) - 2(a^3+b^3+c^3) + 6abc$$

Reemplazando:

$$27 = 9 - 2(a^3 + b^3 + c^3) + 6abc$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc - 9$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3(abc - 3)$$

$$\therefore \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc - 3} = 3$$

Rpta.: C

Resolución 94: De la primera condición:

$$(ax)^2 + (bx)^2 + (cx)^2 = 2x(3) - 3$$

También: $a + b + c = 3$, luego:

$$(ax)^2 + (bx)^2 + (cx)^2 = 2x(a + b + c) - 3$$

$$(ax)^2 + (bx)^2 + (cx)^2 = 2(ax) + 2(bx) + 2(cx) - 3$$

Completando cuadrados tenemos:

$$(ax)^2 - 2(ax) + 1 + (bx)^2 - 2(bx) + 1 + (cx)^2 - 2(cx) + 1 = 0$$

$$(ax - 1)^2 + (bx - 1)^2 + (cx - 1)^2 = 0$$

De donde se cumple: $ax - 1 = 0 \quad \wedge \quad bx - 1 = 0 \quad \wedge \quad cx - 1 = 0$

$$a = \frac{1}{x} \quad \wedge \quad b = \frac{1}{x} \quad \wedge \quad c = \frac{1}{x}$$

Con lo cual tenemos: $a = b = c = \frac{1}{x}$

Finalmente se pide: $K = \frac{a^2 + ab + b^2 + c^2}{bc}$

$$K = \frac{a^2 + a^2 + a^2 + a^2}{a^2} = \frac{4a^2}{a^2}$$

$$\therefore K = 4$$

Rpta.: C

Resolución 95: Se pide:

$$K = \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + c\sqrt{c}}{\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}}$$

$$K = \frac{\sqrt{a}^3 + \sqrt{b}^3 + \sqrt{c}^3}{\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}}$$

Por condición:

$$a + \sqrt{a}\sqrt{c} = b + \sqrt{b}\sqrt{c}$$

$$a - b + \sqrt{a}\sqrt{c} - \sqrt{b}\sqrt{c} = 0$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) + \sqrt{c}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 0$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}) = 0$$

Como $a \neq b$:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 0$$

De donde:

$$\sqrt{a}^3 + \sqrt{b}^3 + \sqrt{c}^3 = 3\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}$$

$$\therefore K = 3$$

Rpta.: C

Resolución 96: De la primera condición:

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = abc$$

Por la equivalencia de GAUSS:

$$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) = abc$$

Utilizando la segunda condición:

$$a + b + c = abc$$

De donde:

$$a + b = c(ab - 1)$$

$$a + c = b(ac - 1)$$

$$b + c = a(bc - 1)$$

Finalmente se pide: $K = \frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} + \frac{b+c}{a} - ab - ac - bc$

$$K = ab - 1 + ac - 1 + bc - 1 - ab - ac - bc$$

$$\therefore K = -3$$

Rpta.: D

Resolución 97: Se pide:

$$K = \frac{1 + 5abc}{ab + ac + bc}$$

Elevando la segunda condición al cubo tenemos:

$$a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(a+c)(b+c) = 1$$

Con la primera condición se consigue:

$$5(a+b)(a+c)(b+c) = 1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

Por la equivalencia adicional:

$$(a+b)(a+c)(b+c) + abc = (a+b+c)(ab+ac+bc)$$

$$1$$

$$(a+b)(a+c)(b+c) + abc = ab + ac + bc$$

Multiplicando a ambos miembros por 5:

$$5(a+b)(a+c)(b+c) + 5abc = 5(ab + ac + bc)$$

Utilizando (1):

$$1 + 5abc = 5(ab + ac + bc)$$

$$\therefore \frac{1 + 5abc}{ab + ac + bc} = 5$$

Rpta.: E

Resolución 98: Sabemos que: $K = [(x+y)^2]^2 - [(x-y)^2]^2$

$$K = [(x+y)^2 + (x-y)^2][(x+y)^2 - (x-y)^2]$$

Por propiedad: $K = [2(x^2 + y^2)][4(xy)]$

$$K = 8(x^2 + y^2)(xy)$$

Reemplazando: $K = 8(\sqrt[3]{10} + 1)(\sqrt[3]{10}^2 - \sqrt[3]{10} + 1)$

$$K = 8[(\sqrt[3]{10})^3 + (1)^3]$$

$$K = 8[10 + 1] = 8(11)$$

$\therefore K = 88$

Rpta.: C

Resolución 99: Se pide: $K = 2ab(3a^2 + b^2)(a^2 + 3b^2)$

Multipliando por 2 y acomodando:

$$2K = 4ab(3a^2 + b^2)(a^2 + 3b^2)$$

$$2K = 4(3a^2b + b^3)(a^3 + 3ab^2)$$

Recordando que: $(a+b)^3 + (a-b)^3 = 2(a^3 + 3ab^2)$

$$(a+b)^3 - (a-b)^3 = 2(3a^2b + b^3)$$

Multipliando miembro a miembro:

$$(a+b)^6 - (a-b)^6 = 4(3a^2b + b^3)(a^3 + 3ab^2)$$

De donde tenemos: $2K = (a+b)^6 - (a-b)^6$

Finalmente: $2K = 9 - 4 = 5$

$\therefore K = \frac{5}{2}$

Rpta.: E

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 02

Resolución 100: Por la equivalencia de Legendre:

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

De donde: $(a+b)^2 = 2(a^2 + b^2) - (a-b)^2$

Condición: $a^2 + b^2 = 4$

$$(a+b)^2 = 8 - (a-b)^2$$

Como $(a+b)$ es máximo, $(a+b)^2$ también es máximo. $(a+b)^2$ es máximo si y sólo si $(a-b)^2$ es mínimo, es decir:

$$(a-b)^2 = 0$$

$$(a+b)_{\text{máx}}^2 = 8$$

$$\therefore (a+b)_{\text{máx}} = 2\sqrt{2}$$

Rpta.: C

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Si: $T_1(x; y) = 5x^{a-4}y^{b+2}$

$$T_2(x; y) = abx^{b+2}y^{a+2b-10}$$

son términos semejantes. Calcular ab .

- A) 6 B) 12 C) 18
D) 27 E) 32

2. Marcar la alternativa que corresponde a un polinomio:

- A) $P(x) = x + x^{-1}$
B) $F(x) = 5x^2$
C) $H(x) = 2012$
D) $G(x) = 1 + x + x^2$
E) Más de una es correcta.

3. Calcular el grado del polinomio:

$$P(x) = (x^2 - x + 7)^5 (x^3 - x + 1)^4$$

- A) 9 B) 12 C) 18
D) 22 E) 120

4. Calcular ab , si el polinomio:

$$P(x; y) = x^7 - x^a y^2 + x^4 y^b - x^3 y^4$$

es homogéneo.

- A) 8 B) 15 C) 12
D) 21 E) 4

5. Calcular $a + b + c$, si el polinomio:

$$P(x) = ax^{c-1} + bx^{a-1} + cx^{b-1} + a - b + c$$

es completo.

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

6. El polinomio:

$$P(x; y) = 7x^n + 3y^{m-2} + x^n + 2y^{m-3}$$

tiene grado absoluto 11 y la diferencia de los grados relativos de "x" e "y" es 7.
Calcula: $P(1; 3)$.

- A) 73 B) 52 C) 59
D) 66 E) 60

7. Si el polinomio completo:

$$P(x) = 5x^{a-3} + 3x^{c+2} - 2x^{b-5} + 4$$

es ordenado, calcula el valor de:
 $(a + b + c)$

- A) 10 B) 12 C) 14
D) 11 E) 13

8. Respecto al polinomio:

$$P(x^2) = x^{10} + x^8 + x^4 + 5$$

es correcto:

- A) $P(1) = 5$
B) El grado es 10
C) $P(0) = 8$
D) Coeficiente del término cuadrático: -1
E) $P(a) = a^5 + a^4 + a^2 + 5$

9. Sean los polinomios:

$$P(x) \equiv ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$Q(x) \equiv 2x^3 - x^2 + 3x + 1$$

$$\text{Si: } P(x) \equiv Q(x-1)$$

Calcula el valor de: $a + b + c + d$.

A) 4 B) -1 C) 1

D) 2 E) 0

10. Sea
- P
- un polinomio lineal que verifica:

$$P(x) + P(2x) + P(3x) \equiv 12x + 3$$

Halla: $P(P(x))$.

A) $4x + 3$ B) $2x + 3$ C) $4x - 3$

D) $2x + 2$ E) $4x + 1$

11. Dado el polinomio:

$$P(x+1) \equiv x^{2^{4a}} + x^{2^{2a}} - x + 1$$

Calcula su término independiente:

A) -1 B) 0 C) 4

D) 1 E) 2

12. El coeficiente del término lineal de un polinomio, dado:

$$Q(2x-1) \equiv x^2, \text{ es:}$$

A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $-\frac{1}{2}$ E) 1

13. Sea:
- $P(x) \equiv a(x-1)^2 + b(x+1)^2 - 1$
- un polinomio tal que:
- $P(1) = 11 \wedge P(-1) = 3$

A) 3 B) 2 C) 1
D) 10 E) 11

14. Si: $(1-x^2+x^4)^{1000} \equiv m_0 + m_1x + m_2x^2 + \dots + m_{4000}x^{4000}$

Hallar:

$$E = m_0 + m_1 + m_2 + \dots + m_{4000}$$

A) 1 B) 2003 C) 2^{2003}

B) 4^{2003} E) cero

15. Si:
- $P(\sqrt{x} + 1) \equiv 3x + 2$
-
- entonces:
- $P(x-1)$
- es:

A) $3x^2 - 12x + 20$

B) $3x^2 + 6x + 5$

C) $3x^2 - 12x + 14$

D) $x^2 - x + 1$

E) $3x^2 - 6x + 5$

16. Si el polinomio:
- $P(x) \equiv (3x-1)n -$

$-(x^2-x)p + (5x^2+x+3)m - 45x$
es idénticamente nulo, entonces, ¿cuál es el valor de $m + n + p$?

A) 25 B) 20 C) 18

D) 29 E) 27

17. Sea $P(x)$ un polinomio tal que:

$$2P(x) - 6 = 9x - P(x - 1)$$

Calcula su término independiente si sus coeficientes suman cinco.

- A) -5 B) 5 C) 1
D) -2 E) 3

18. ¿En cuánto excede la suma de coeficientes al grado del siguiente polinomio homogéneo?

$$P(x; y) = ax^{a^b} + by^{12}x^{\sqrt[3]{a^{a-b}}} + x^3y^{13} + y^{b^a}$$

- A) -8 B) 5 C) 12
D) -10 E) 6

19. Calcula: $P = \frac{b+d+n}{\sqrt{a+c}}$

Si el polinomio:

$$P(x) = ax^{n^2} + 6x^{n+a} + cx^{n+b} + nx^{c-2} + ax^d$$

es ordenado descendientemente y es completo.

- A) 1 B) 2 C) 4
D) 5 E) 3

20. En el polinomio completo:

$$P(x; y) = x^{4n-1} + x^{4n-2}y + \dots + xy^{4n-2} + y^{4n-1}$$

Se verifica que la suma de los grados absolutos de sus términos es 240.
Calcula su grado de homogeneidad.

- A) 16 B) 15 C) 22
D) 20 E) 18

21. Dadas las proposiciones:

- I. $(x+11)^2 = x^2 + 22x + 121$
II. $(3a-1)^2 = 9a^2 - 6a + 1$
III. $(5n+2)(5n-2) = 25n^2 - 4$
IV. $(m+3)^2 - (m-3)^2 = 12m$
V. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 10$

¿Cuántas son verdaderas?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

22. COLUMNA (A)

El equivalente de:

$$\frac{(\sqrt{11} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{11} - \sqrt{3})^2}{(2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5})}$$

COLUMNA (B)

El equivalente de:

$$(\sqrt[16]{5} + 1)(\sqrt[16]{5} - 1)(\sqrt[8]{5} + 1)(\sqrt[4]{5} + 1)(\sqrt{5} + 1)$$

- A) A es mayor que B
B) A es menor que B
C) A es igual a B
D) ¡No utilizar está opción!
E) No se puede determinar.

23. Calcula el valor de:

$$\sqrt{(9x+1)(4x+1)} - x$$

Para: $x = \frac{79}{6}$

- A) 80 B) 90 C) 70
D) 100 E) 158

24. Si:
- $x^2 + 3 = 2x$
- , calcular:

$$K = 2(x-3)(x-4)(x+1)(x+2) - 3^{22}$$

- A) 67 B) 75 C) 43
D) 51 E) 38

25. Mostrar el equivalente de:

$$\sqrt{x(x+2)(x+4)(x+6)+16} + 1$$

- A) $(x+1)(x+4)$ B) $(x+3)(x+2)$
C) $(x+5)(x+1)$
D) $(x+3)(x+1)$ E) $(x+5)(x+1)$

26. Relacione correctamente:

- I. $m^3 + n^3$ A. $(m-n)(m^2+mn+n^2)$
II. $(m-n)^3$ B. $m^3+n^3+3mn(m+n)$
III. $(m+n)^3$ C. $(m+n)(m^2-mn+n^2)$
IV. m^3-n^3 D. $m^3-n^3-3mn(m-n)$

- A) ID; II A; III C; IV B
B) IC; II D; III A; IV B
C) IA; II B; III C; IV D
D) IC; II D; III B; IV A
E) IB; II C; III D; IV A

27. Sabiendo que:

$$\frac{(a+b)^3}{a^3+b^3} = 2; a > b > 0$$

Calcular:

$$\sqrt{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}$$

- A) 1 B) 2 C) 4
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

28. Sabiendo que:
- $x^2 = 5x + 1$
- . Calcular:

$$x^3 - x^{-3}$$

- A) 120 B) 140 C) 100
D) 90 E) 50

29. Si el trinomio:

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

es un cuadrado perfecto. Calcular:

$$\frac{b^4 - 12a^2c^2}{ab^2c}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) $\frac{1}{2}$ E) 4

30. Si:
- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{4}{a+b}$

Calcular:

$$\frac{5a-2b}{2a+b} + \frac{7a+5b}{4a-2b}$$

- A) 5 B) 7 C) 9
D) 10 E) 12

31. Dadas las proposiciones:

$$I. \left(T + \frac{1}{T}\right)^2 = T^2 + \frac{1}{T^2} + 2$$

$$II. \left(T + \frac{1}{T}\right)^3 = T^3 + \frac{1}{T^3} + 3\left(T + \frac{1}{T}\right)$$

$$III. \left(T - \frac{1}{T}\right)^2 - \left(T + \frac{1}{T}\right)^2 = 4$$

Indicar su tabla de verdad.

- A) VVV B) FFF C) VVF
D) FFV E) VFV

32. Sabiendo que: $x + y = 4$ $\wedge$ $xy = 2$.

Calcular:

$$\sqrt{\frac{x^6 + y^6}{11}}$$

- A) 9 B) 16 C) 12
D) 18 E) 8

33. Calcular el valor de:

$$(x^2 - y^2)^2 + 4xy$$

Para: $x = 2007$ $\wedge$ $y = -2006$

- A) 2 B) -2 C) 1
D) -1 E) 0

34. Si: $x^2 + 1 = 4x$. Calcular:

$$x^2 - x^{-2}$$

- A) $4\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$
D) $16\sqrt{3}$ E) $20\sqrt{3}$

35. Calcular: $\frac{by^4 - az^4}{by^2 - az^2}$

Sabiendo que:

$$y = \sqrt{1 + \frac{\sqrt{ax}}{m}} + \sqrt{1 - \frac{\sqrt{ax}}{m}}$$

$$z = \sqrt{1 + \frac{\sqrt{bx}}{m}} + \sqrt{1 - \frac{\sqrt{bx}}{m}}$$

- A) 3 B) 6 C) 5
D) 4 E) 1

36. Si: $a + b = \sqrt{29}$; $ab = 5$; $a > b$

Calcular:

$$E = a^3 - b^3$$

- A) 18 B) -18 C) 72
D) -72 E) N. A.

37. Si: $x + y = 2$; $x^2 + y^2 = 3$

Calcular:

$$E = x^3 + y^3$$

- A) 5 B) 3 C) -5
D) -3 E) N. A.

38. Calcular:

$$M = \sqrt[8]{5(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) + 2^{32}}$$

- A) 3 B) 81 C) 27
D) 9 E) 243

39. Efectuar:

$$R = \sqrt[3]{(x^2 + x + 1)(x^6 + x^3 + 1)(x - 1) + 1}$$

- A) x B) -x C) x^2
D) $-x^2$ E) x^3

40. Efectuar:

$$E = (\sqrt[8]{2} + 1)(\sqrt[8]{4} - \sqrt[8]{2} + 1) + (\sqrt[8]{2} - 1)(\sqrt[8]{4} + \sqrt[8]{2} + 1)$$

- A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt[3]{2}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $\sqrt[3]{16}$ E) N. A.

41. Si: $x^3 + y^3 = 10$; $xy = 6$

Calcular:

$$E = (x + y)^3 - 18(x + y) + 20$$

- A) 50 B) 40 C) 30
D) 20 E) 10

42. Si: $x + x^{-1} = 3$

Hallar:

$$x^6 + x^{-6}$$

- A) 322 B) 324 C) 126
D) 124 E) 125

43. Simplificar:

$$E = \sqrt{(x+y+z)(x+y-z)(x-y+z)(x-y-z) + 4x^2y^2 + z^2}$$

Si: $x^2 + y^2 > z^2$

- A) x^2 B) y^2 C) z^2
D) $x^2 + y^2$ E) $x^2 + y^2 + z^2$

44. Si: $a + b = 5 = ab$

Indicar el valor de:

$$H = a^2 + b^2 - 2ab$$

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 15 E) 25

45. Si: $x^2 + y^2 = x + y + 24 = 30$

Calcular:

$$P = x^2y^{-1} + y^2x^{-1}$$

- A) 63 B) 48 C) 54
D) 70 E) 12

46. Simplificar:

$$R = (a+1)(a-1)(a^4+a^2+1)(a^6-a^3+1)$$

$$(a^6 + a^3 + 1) + 1$$

- A) 0 B) 1 C) a^3
D) a^{18} E) a^2

47. Simplificar:

$$E = \frac{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \left(\frac{y}{x}\right)^2}{\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^4 - \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^4}; xy \neq 0$$

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

48. Si: $x + \frac{1}{x} = 3$.

Calcular:

$$R = \frac{x^6 + 1}{x^5 + x}$$

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{24}{7}$ C) $\frac{3}{7}$
D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{18}{7}$

49. Si: $(x-1)^2 = x$. Calcular:

$$R = \sqrt[3]{\frac{x^8 + x^6 + x^2 + 1}{x^4}} + 10$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

50. Conociendo que:

$$a + b + c = 3$$

$$ab + bc + ac = 9$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 9$$

Calcular: abc.

- A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

51. Proporcionar la raíz cuadrada de "N",
siendo:

$$N = (a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ac)^2 - \\ - (a + b + c)^2 (a^2 + b^2 + c^2)$$

- A) $a + b + c$ B) $ab + bc + ac$
C) $a^2 + b^2 + c^2$
D) $2(ab + bc + ac)$ E) $a^2 + 2b^2 + c^2$

52. Efectuar:

$$N = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)(a^4 - a^2 + 1) \\ (a^8 - a^4 + 1) \dots \dots \dots \text{"n" factores}$$

- A) $a^{2^n} + 1a^{2^n} + 1$ B) $a^{2^n} + a^{2^{n-1}} + 1$
C) $a^{2^n} - a^{2^{n-1}} + 1$
D) $a^{2^n} + a^{2^{n-1}} + 1$ E) $a^{2^n} + a^n + 1$

53. Determinar el valor de "K" para que la
igualdad:

$$K^2 = (x^2 + y^2 + z^2 + k)^2 - \\ - (x + y + z)^2 (x^2 + y^2 + z^2)$$

se convierta en equivalencia.

- A) $x + y + x$
B) $2(xy + xz + yz)$
C) xyz
D) $xy + xz + yz$
E) $x^2 + y^2 + z^2$

54. Simplificar:

$$\frac{(x + a + b + c)(x + a + b + d) - cd}{x + a + b + c + d} - \\ - \frac{(x + a + b)(x + a + c) - bc}{x + a + b + c}$$

- A) $a + b + c + d$ B) a
C) b
D) $x + a + b + c$ E) x

55. Si: $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^2 + (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2 = 2\sqrt[3]{32ab}$

Calcular:

$$N = \frac{15\sqrt[3]{a} + 7\sqrt[3]{b}}{11\sqrt[3]{a}} + \frac{8\sqrt[3]{b}}{15\sqrt[3]{a} - 7\sqrt[3]{b}}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

56. Que forma simple adquiere:

$$\frac{x\sqrt{ab} - a - b}{\sqrt{x\sqrt{ab} - \sqrt{b}}}$$

Si se sustituye: $x = \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} + 2$

- A) $\sqrt{a}$ B) $\sqrt{b}$ C) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$
D) $2\sqrt{a}$ E) $2\sqrt{b}$

57. Que valor se obtiene para:

$$N = a^3 - 3a^2 + 9a - 9$$

$$\text{Si: } a = 1 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$$

- A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) 0

58. Si: $x^2z + y^2x + z^2y = 0$; $xyz \neq 0$.

Hallar el valor numérico de:

$$K = \frac{x^3}{y^3} + \frac{y^3}{z^3} + \frac{z^3}{x^3}$$

- A) 3 B) 6 C) 9
D) 12 E) 15

59. Simplificar:

$$\frac{(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 + 3(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3 + 3(a-b)(b-c)(c-a)}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

60. A partir de:

$$x = \sqrt[3]{a + \frac{a+1}{3} \sqrt{\frac{8a-1}{3}}} + \sqrt[3]{a - \frac{a+1}{3} \sqrt{\frac{8a-1}{3}}}$$

Encontrar un valor más simple de "x".

- A) 1 B) $1 + a$ C) $1 - 3\sqrt[3]{a}$
D) $1 - a$ E) 2

61. A partir de: $\left(\frac{a}{b}\right)^n + 4\left(\frac{b}{a}\right)^n = 725$

$\{a; b\} \subset \mathbb{R}^*$. Calcular:

$$B = 3\sqrt[3]{\frac{a^n + 2b^n}{\sqrt{a^n b^n}}}$$

- A) 1 B) 3 C) 6
D) 9 E) 27

62. Si se conoce:

$$\begin{cases} a + b + c = n \\ a^2 + b^2 + c^2 = n^2 \\ a^3 + b^3 + c^3 = n^3 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{R}^*$$

Encontrar el valor de:

$$N = (a + b - c)(b + c - a)(c + a - b)$$

- A) $-2n$ B) $-n^3$ C) $3n^3$
D) n^5 E) $-n^3$

63. Dadas las condiciones:

$$\begin{cases} a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = 3b^{-1} \\ (a^{-1} + b^{-1} + c^{-1})(a + b + c) = 1 \end{cases}$$

Se pide calcular:

$$N = a^{-3} - 26b^{-3} + c^{-3}$$

- A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) 0

64. Simplificar:

$$\frac{x^3(y-z)^3 + y^3(z-x)^3 + z^3(x-y)^3}{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3}$$

- A) $3xyz$ B) $x^2y^2z^2$ C) $x+y+z$
D) x^2yz E) xyz

65. Si se cumple: $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = a + b$; $a \neq -b$

Calcular:

$$N = \frac{(a^3 + b^3) + (a^2 + b^2)(a + b)}{ab(2a - b)}$$

- A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 6

66. Si: $a^4c^2 + b^4a^2 + c^4b^2 = a^3b^2c + c^3a^2b + b^3c^2a$

Con: $a; b; c \neq 0$ encontrar un valor real para:

$$N = \frac{a^{15} + b^{15} + c^{15} + 5a^5b^5c^5}{a^{10}b^5 + a^{10}c^5 + b^{10}c^5 + a^5b^5c^5}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

67. Si: $n = \sqrt[1]{1} + \sqrt[2]{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[2006]{2006}$

Calcular el valor de:

$$a^{2n}b^{2n}c^{2n} \left[\frac{1}{a^{6n}} + \frac{1}{b^{6n}} + \frac{1}{c^{6n}} \right]$$

Sabiendo además:

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$$

- A) 3 B) 2006 C) 6018
D) 6 E) 1

68. Si: $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$; $x + y + z \neq 0$.

Siendo x, y, z , números reales; hallar el valor de:

$$\sqrt{\frac{x^3 + y^3 + z^3}{(x + y + z)^3}}$$

- A) 1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{4}{3}$ E) 3

69. Calcular: $N = a^2 + b^2 + c^2$ siendo la expresión:

$$\frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2 + (ab + bc + ac)^2}{(a + b + c)^4 - (a^2 + b^2 + c^2)^2} + \frac{2(a^2 + b^2 + c^2)(ab + bc + ac)}{(a + b + c)^4 - (a^2 + b^2 + c^2)^2}$$

igual a 0,25.

- A) 1 B) -1 C) 0
D) -2 E) 3

70. Si se cumple:

$$\frac{1}{x + y} + \frac{1}{y + z} = \frac{4}{x + 2y + z}$$

Calcular:

$$N = \frac{x^2 + x + z^2 - z}{(x + z)^2}$$

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{3}{2}$ E) 3

71. Si: $a^3 + b^3 + c^3 = ab + bc + ac$

Simplificar:

$$\frac{(1-a)bc + (1-b)ac + (1-c)ab}{a(a-b) + b(b-c) + c(c-a)}$$

- A) 3 B) $a+b+c$ C) $a^2+b^2+c^2$
D) 1 E) 0

72. Si: $N = \frac{x^5(y^3 + z^3)(3z^2 - xy)}{(x^3 + y^3)(3x^2 - zy)}$

$$T = \frac{y^5(x^3 + z^3)(3x^2 - yz)}{(y^3 + z^3)(3y^2 - xz)}$$

$$A = \frac{x^5(x^3 + y^3)(3y^2 - xz)}{(x^3 + z^3)(3z^2 - xy)}$$

Calcular: $N + T + A$ conociendo que:

$$x^{-1} + y^{-1} + z^{-1} = 0$$

- A) xyz B) $x^3y^3z^3$ C) $x^5+y^5+z^5$
D) $x^5y^5z^5$ E) $x+y+z$

73. A partir de:

$$a + b + c + 5 = abc = 5$$

Encontrar el valor de:

$$N = ab(a+b)^4 + bc(b+c)^4 + ac(a+c)^4$$

- A) 15 B) 25 C) 12
D) 75 E) 95

74. Si: $x^4 + x^{-4} = 34$

Calcular: $x - x^{-1}$

- A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 16

75. Proporcionar el valor de:

$$N = (ab)^{-1} + (bc)^{-1} + (ac)^{-1}$$

Sabido que:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 12$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 24$$

$$ab + bc + ac = 12$$

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{3}{4}$ E) 1

76. Conociendo: $a + b = ab + 2 = 3$.

Calcular el valor numérico de:

$$N = a^5 + b^5$$

- A) 125 B) 126 C) 123
D) 175 E) 112

77. Calcular: $N = \sqrt{a^3 - b^3}$

Conociendo: $a^4 + b^4 - 3 = ab + 3 = 4$

- A) 4 B) 8 C) 16
D) 2 E) 1

78. Encontrar el valor numérico de "xyz" a partir de los siguientes datos:

$$x + y + z = 5$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 13$$

$$(x+1)(y+1)(z+1) = 17$$

- A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

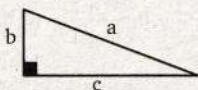
79. Si: $a - b = b - c = \sqrt[7]{7}$

Proporcionar el valor numérico de:

$$N = \frac{(a-c)^7 + (b-c)^7 + (a-b)^7}{70}$$

- A) 7 B) 70 C) 65
D) 13 E) 128

80. A partir del gráfico adjunto:



Simplificar:

$$N = \sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a-b+c)(a+b-c)}$$

- A) ab B) bc C) 2bc
D) 2ab E) 2ac

81. Que valor asume la expresión:

$$a^3 + b^3 + c^3 - \sqrt{x^3 + 2y^3} - 3xy^2$$

Cuando se sustituyen:

$$x = a^2 + b^2 + c^2 \wedge y = ab + bc + ac$$

- A) abc
B) $a + b + c$
C) $3abc$
D) $a^2 + ab + b^2 + ac + c^2$
E) Faltan Datos.

82. Conociendo: $x^2 - 3x + 1 = 0$

Calcular el valor de:

$$\left[x^x + \left(\frac{1}{x} \right)^x \right] \left[\frac{1}{x^x} + \left(\frac{1}{x} \right)^x \right]$$

- A) 18 B) 20 C) 16
D) 22 E) 24

83. Si: $a + b + c = n$

$$ab + bc + ac = 2n^2$$

$$abc = 3n^3$$

Determine el valor numérico de:

$$\frac{abc(a+b)(b+c)(a+c)}{(a^3 + b^3 + c^3)^2}$$

- A) $\frac{3}{8}$ B) $-\frac{3}{8}$ C) 3
D) $-\frac{3}{16}$ E) $\frac{3}{4}$

84. Si: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$

Con: $\{a; b; c\} \subset \mathbb{R}$.

Calcular el valor numérico de:

$$\frac{(a+b+c)^6 - (a^6 + b^6 + c^6)}{a^3b^3 + a^3c^3 + b^3c^3}$$

- A) 1 B) -1 C) 2
D) 4 E) 3

85. Si: $\frac{a-b}{ac} + \frac{b-c}{ab} = \frac{a-c}{bc}$

Con: $\{a; b; c\} \subset \mathbb{R}$ que valor se obtiene

para:

$$\frac{(a^2 + b^2)(b^2 + c^2)(a^2 + c^2) + a^2b^2c^2}{(ab + bc + ac)(a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2)}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

86. Si: $\sqrt{2x} + 2\sqrt{1-x-y} + \sqrt{3y} = 3$

Con: $\{a; b; c\} \subset \mathbb{R}$ encontrar el valor numérico de: $x - 3xy + y$.

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$
D) 3 E) 2

87. Si: $\{a; b; c\} \subset \mathbb{R}$ proporcionar el máximo valor de: $x + 2y + 3z$, sabiendo que:

$$7(x^2 + y^2 + 1) = 9 - 7y^2$$

- A) 4 B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$
D) 2 E) 14

88. Si: $x + y + z + w = 2a$.

Simplificar:

$$\frac{(a-x)^2 + (a-y)^2 + (a-z)^2 + (a-w)^2}{(x+y)^2 + (x-y)^2 + (z+w)^2 + (z-w)^2}$$

- A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{2}$
D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

89. Si: $x = a + b + c + d$; $y = a + b - c + d$
 $z = a - b + c - d$; $w = a - b - c + d$

Indicar el valor de:

$$\frac{xy(x^2 + y^2) - zw(z^2 + w^2)}{ab(a^2 + b^2) - cd(c^2 + d^2)}$$

- A) 1 B) 4 C) 9
D) 16 E) 25

90. Si: $F(x) = a^x + b^x + c^x$. Siendo $F(1) = 0$.
Calcular aproximadamente el valor de:

$$\frac{F(7) \cdot F(3)}{[F(5)]^2} + \frac{[F(7)]^2}{[F(4)][F(5)]^2}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

91. Si: $ab = 1$; que valor asume:

$$a\sqrt{\frac{b^2+1}{a^2+1}} + b\sqrt{\frac{a^2+1}{b^2+1}}; \{a; b\} \subset \mathbb{R}^+$$

- A) 1 B) 2 C) -2
D) 0 E) $\frac{1}{2}$

92. Encontrar el equivalente de: $\sqrt[5]{\frac{a^5 - 2b^5}{\sqrt{3}}}$

Sabiendo que:

$$a^{10} \cdot b^{-10} + 16a^{-10} \cdot b^{10} = 41$$

- A) $\sqrt{ab}$ B) $\sqrt{2ab}$ C) ab
D) $\sqrt[5]{ab}$ E) 1

93. Sean $a; b \wedge c$ tres números reales positivos que verifican:

$$\frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a+b}{c} = 6$$

Calcular el valor de:

$$\sum_{n=2}^m n \cdot \sqrt[n]{\frac{(a+b+c)^{n+1}}{a^{n+1} + b^{n+1} + c^{n+1}}}$$

- A) $\frac{3}{2}m(m+2)$ B) $\frac{m}{2}(m-1)$
C) $\frac{3}{2}(m-1)(m+2)$
D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{3m}{2}(m+1)$

94. Si:
$$\begin{cases} \frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{6} = -\frac{abc}{a+b+c} \\ (ab)^6 + (bc)^6 + (ac)^6 = 18 \end{cases}$$

Calcular: $\sqrt{a^{12} + b^{12} + c^{12}}$

- A) $\frac{4}{3}$ B) 3 C) 4
D) $\frac{2}{5}$ E) 6

95. Calcular el valor de: $\frac{4(a^8 + b^8)}{(a^2 b^2)^2}$

Sabiendo que: $\frac{a^2}{b} - \frac{b^2}{a} = 3(a-b)$

- A) 4 B) 8 C) 2
D) 1 E) 0

96. Teniendo en cuenta que:

$$\sqrt[9]{\frac{a^2}{b^2}} + \sqrt[9]{\frac{a}{c}} + \sqrt[9]{\frac{b^2}{c^2}} = 0$$

Calcular el valor de:

$$\left(\frac{ac}{b^2}\right)^9 - \left(\frac{b^2}{ac}\right)^9$$

- A) 0 B) $\sqrt{2}$ C) 9
D) $-\frac{1}{3}$ E) -81

97. Si: $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$; $a \neq -b \neq -c$. Es correcto que:

- A) $a + b + c = 0$ B) $\frac{a+b}{2} = 0$
C) $\frac{b+c}{a} = 1$
D) $a = b = c$ E) $\frac{a+c}{b} = 1$

98. Si:
$$\begin{aligned} a &= \sqrt[3]{1 + \sqrt{11}} \\ b &= \sqrt[3]{1 - \sqrt{11}} \\ c &= \sqrt[3]{5} \end{aligned}$$

Que valor asume:

$$\frac{a^{27} + b^{27} + c^{27} - 3a^9 b^9 c^9}{a^{18} + b^{18} + c^{18} - 3a^6 b^6 c^6}$$

- A) 40 B) 71 C) 120
D) 193 E) 234

99. Si: $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = ab + bc + ac = 1$

Donde: $abc \neq 0$. Halle el valor de:

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{bc}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{b}}{ac}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{c}}{ab}\right)^2$$

- A) 1 B) $a + b + c$
C) 3
D) abc E) $\frac{1}{abc}$

100. Si: $\sqrt{x-y+4} + \sqrt{3y-3x-9} = 2$

Siendo x y y dos números reales.

Que valor asume:

$$\frac{x+4y}{x+3}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

**CLAVES**

1	D
2	E
3	D
4	B
5	D
6	D
7	B
8	E
9	C
10	A
11	C
12	C
13	A
14	A
15	C
16	E
17	B
18	A
19	B
20	B
21	E
22	C
23	A
24	D
25	E

26	D
27	B
28	B
29	A
30	B
31	C
32	C
33	C
34	B
35	D
36	C
37	A
38	B
39	E
40	A
41	C
42	A
43	D
44	C
45	C
46	A
47	D
48	E
49	D
50	E

51	B
52	D
53	D
54	C
55	C
56	E
57	E
58	A
59	A
60	A
61	B
62	E
63	E
64	E
65	E
66	B
67	A
68	B
69	C
70	B
71	B
72	C
73	D
74	B
75	D

76	C
77	D
78	C
79	D
80	C
81	C
82	B
83	D
84	C
85	A
86	B
87	D
88	C
89	D
90	B
91	B
92	A
93	C
94	E
95	B
96	A
97	C
98	D
99	D
100	E

**SOLUCIONARIOS
EXAMENES DE ADMISIÓN
UNF - UNMSM - PUCP**

UNI - 2001 - I

PROBLEMA 01: Sea el conjunto: $A = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt{x-1} \in \mathbb{Z}\}$
El elemento de A que se encuentre en la posición 50 es:

A) 2104

B) 2205

C) 2301

D) 2402

E) 2403

Resolución:

Como dato:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt{x-1} \in \mathbb{Z}\}$$

Sea:

$$\sqrt{x-1} = k \in \mathbb{Z}_0^+ \rightarrow x = k^2 + 1$$

Evaluando:

$$k = 0 \rightarrow x_1 = 0^2 + 1$$

$$k = 1 \rightarrow x_2 = 1^2 + 1$$

$$k = 2 \rightarrow x_3 = 2^2 + 1$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

Piden x_{50} :

$$k = 49 \rightarrow x_{50} = 49^2 + 1$$

$$\therefore x_{50} = 2402$$

Rpta.: D

PROBLEMA 02: Si A es el conjunto solución de la ecuación: $2x^2 + 2x - 3\sqrt{x^2 + x + 3} = 3$,
entonces la suma de los elementos de A es:

A) -3

B) -1

C) 1

D) 3

E) 4

Resolución:

Del dato tenemos:

$$2x^2 + 2x - 3\sqrt{x^2 + x + 3} = 3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 3 - 3\sqrt{x^2 + x + 3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 + x + 3) - 9 - 3\sqrt{x^2 + x + 3} = 0 \dots\dots (I)$$

Hacemos que:

$$\sqrt{x^2 + x + 3} = t > 0, \text{ ya que } x^2 + x + 3 > 0$$

Reemplazando:

$$2t^2 - 3t - 9 = 0$$

$$(2t+3)(t-3) = 0; t > 0$$

$$t-3=0 \Leftrightarrow t=3$$

Es decir que:

$$\sqrt{x^2+x+3} = 3 \rightarrow x^2+x-6=0$$

$$(x+3)(x-2) = 0$$

$$\rightarrow x = -3 \vee x = 2$$

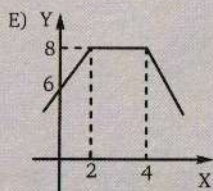
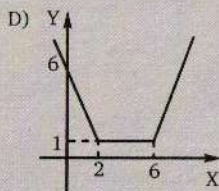
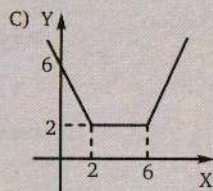
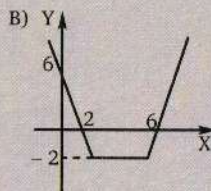
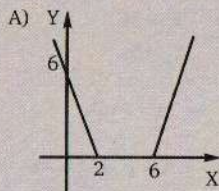
$$CS = \{-3; 2\}$$

$\therefore$ La suma de elementos es -1 .

Rpta.: B

PROBLEMA 03: La gráfica de la función f definida por:

$$f(x) = |x-2| + |x-4| \text{ es:}$$

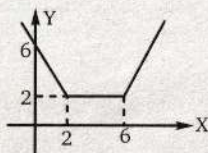


Resolución:

Redefiniendo:

$$f(x) = \begin{cases} 6-2x; & x < 2 \\ 2; & 2 \leq x < 4 \\ 2x-6; & 4 \leq x \end{cases}$$

Luego, graficando tenemos:



Rpta.: C

PROBLEMA 04: Dada la ecuación: $2x^2 + mx + 30 = 0$ y x_1, x_2 , sus raíces, ¿para que valores de m se cumple la relación: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{3}{5}$?

A) $|m| = 16$

B) $|m| = 10$

C) $|m| = 14$

D) $|m| = 8$

E) $|m| = 20$

Resolución:

Aplicando teorema de Cardano tenemos:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{m}{2} \\ x_1 x_2 = 15 \end{cases}$$

Observamos que:

$x_1 \neq 0$ y $x_2 \neq 0$

Por dato:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{3k}{5k} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = 3k \\ x_2 = 5k \end{matrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{cases} 8k = -\frac{m}{2} \rightarrow m = -16k \\ 15k^2 = 15 \rightarrow k = 1 \vee k = -1 \end{cases}$$

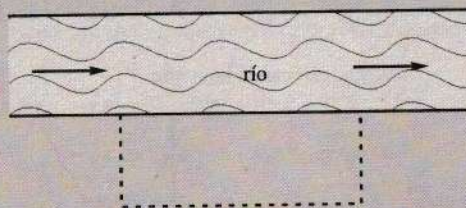
En "m":

$m = -16 \vee m = 16$

$\therefore |m| = 16$

Rpta.: A**PROBLEMA 05:**

Un agricultor quiere levantar una cerca alrededor de un terreno rectangular que está ubicado en la ribera de un río, usando 1000 m de material. ¿Cuál es el área más grande que puede cercar, considerando que no va a poner una cerca a lo largo del río?



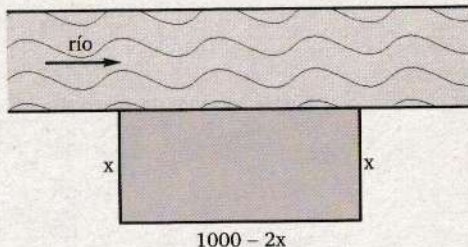
A) 50000 m^2

B) 62500 m^2

C) 67500 m^2

D) 100000 m^2

E) 125000 m^2

Resolución:

Completando cuadrados tenemos:

$$(x) = -2(x^2 - 500x + 250^2) + 250^2 \times 2$$

$$(x) = -2(x - 250)^2 + 125000$$

→

$$\therefore \text{máx.} = 125000 \text{ m}^2$$

Rpta.: E**PROBLEMA 06:** Dado el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 25 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

Si: $2y > x$, entonces el valor de $\frac{x}{y}$ es:

A) 1

B) $\frac{3}{2}$

C) 2

D) $\frac{8}{3}$

E) 3

Resolución:

Hacemos que:

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 25 & \dots\dots(I) \\ x + 2y = 7 & \dots\dots(II) \end{cases}$$

En (I) completamos cuadrados:

$$x^2 + 4y^2 + 4xy - 4xy = 25$$

$$(x + 2y)^2 - 4xy = 25 \quad \dots\dots(III)$$

Reemplazando (II) en (III):

$$7^2 - 4xy = 25 \rightarrow 24 = 4xy$$

$$2xy = 12 \quad \dots\dots(IV)$$

Luego, hacemos un nuevo sistema con (III) y (IV):

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x(2y) = 12 \end{cases}$$

Reemplazando 2y: $x + \frac{12}{x} = 7$

$$x^2 + 12 = 7x \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x - 4)(x - 3) = 0$$

Reemplazando en (II) de nuevo:

$$\begin{cases} \text{Si: } x = 4 \rightarrow 2y = 3 \text{ (Por dato: } 2y > x) \\ \text{Si: } x = 3 \rightarrow y = 2 \end{cases}$$

Luego, tenemos: $CS = \{(3;2)\}$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

Rpta.: B

PROBLEMA 07: Dadas las matrices:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Entonces se puede afirmar que $C^8 D^9$ es:

A) $\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 8 & 73 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 71 & 8 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 72 & 8 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 73 & 9 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 71 & 9 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$

Resolución:

Inductivamente:

$$\bullet C^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}; \dots\dots; C^8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet D^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \dots; D^9 = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego, lo pedido es: $C^8 D^9 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\therefore C^8 D^9 = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 8 & 73 \end{pmatrix}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 08: El valor de la expresión:

$$D = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{2}{9} + \frac{1}{8} - \frac{2}{7} + \dots \text{ es:}$$

A) -1

B) -16

C) 0

D) $\frac{1}{6}$

E) 1

Resolución:

Dada la progresión geométrica:

$$\div a_1; a_2; a_3; \dots \text{ de razón } r.$$

Recordemos que: $a_1 + a_2 + \dots = \frac{a_1}{1-r}; |r| < 1$

Vamos a darle forma en la expresión pedida:

$$D = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{2}{9} + \frac{1}{8} - \frac{2}{27} + \dots$$

$$D = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \dots \right)$$

$$D = \left(\frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots \right) - \left(\frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots \right)$$

$$D = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}$$

$$\therefore D = 1 - 1 = 0$$

Rpta.: C

POLINOMIOS - PRODUCTOS NOTABLES**PROBLEMA 09:** En la suma combinatoria:

$$S = \binom{n}{2} + \binom{n-1}{2}$$

A) número primo.

B) cuadrado perfecto.

C) número impar.

D) número par.

E) un múltiplo de 4.

Resolución:

Aplicando la definición de combinatorias tenemos:

$$S = \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

Simplificando:

$$S = \frac{(n-1)}{2}(n+n-2) = \frac{n-1}{2}[2(n-1)]$$

$$S = (n-1)^2$$

∴ Siempre se tendrá un cuadrado perfecto.

Rpta.: B**PROBLEMA 10:** Dada la función polinomial:

$$P(x) = x^3 - 10000x^2 - 100002x + 9999$$

Calcule el valor de: $P(10001)$.

A) -3

B) -2

C) -1

D) 0

E) 1

Resolución:Redefinimos el polinomio $P(x)$ en función a 10001:

$$P(x) = x^3 - (10001-1)x^2 - (10001+1)x + 10001 - 2$$

Hacemos que $m = 10001$ y reemplazando en lo pedido: $P(10001)$

$$P(m) = m^3 - (m-1)m^2 - (m+1)m + m - 2$$

$$P(m) = m^3 - m^3 + m^2 - m^2 - m + m - 2$$

Como podemos observar: 10001, desaparece, por lo tanto:

$$\therefore P(10001) = -2$$

Rpta.: B

UNI - 2001 - II

PROBLEMA 11: Si el conjunto: $A = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{|x - 1|} \geq 0\}$ Entonces el conjunto $\mathbb{R} - A$ está dado por:

A) $\emptyset$

B) $[-2; 2]$

C) $\langle -2; 2 \rangle$

D) $\langle -2; 1 \rangle$

E) $[-2; 1]$

Resolución:

Halleemos el conjunto A.

I. C. V. A:

$$x^2 - 1 \geq 0$$

$$x \in \langle -\infty; -1 \rangle \cup [1; +\infty) \dots\dots(I)$$

II. Ahora en la inecuación:

$$\sqrt{x^2 - 1} \geq \sqrt{|x - 1|}$$

Elevando al cuadrado tenemos:

$$x^2 - 1 \geq |x - 1|$$

$$1 - x^2 \leq x - 1 \leq x^2 - 1$$

$$1 - x^2 \leq x - 1 \quad \wedge \quad x - 1 \leq x^2 - 1$$

$$x^2 + x - 2 \geq 0 \quad \wedge \quad x^2 - x \geq 0$$

$$(x + 2)(x - 1) \geq 0 \quad \wedge \quad x(x - 1) \geq 0$$

$$x \in \langle -\infty; -2 \rangle \cup [1; +\infty) \dots\dots(II)$$

De (I) y (II) tenemos que:

$$A = (I) \cap (II) = \langle -\infty; -2 \rangle \cup [1; +\infty)$$

$$\therefore \quad \mathbb{R} - A = \langle -2; 1 \rangle$$

Rpta.: D**PROBLEMA 12:** Sea: $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 1$ una función definida para los que cumplen la siguiente relación $\sqrt{x^2 - 1} < \sqrt{3}$. Halle el intervalo donde varía $f(x)$.

A) $\langle -2; 1 \rangle$

B) $[1; 2,25)$

C) $[2; 5]$

D) $[2; 5,25]$

E) $[3; 5,25)$

Resolución: Hallemos el dominio de la función a partir de: $\sqrt{x^2 - 1} < \sqrt{3}$

I. Hallemos los valores admisibles:

$$x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \langle -\infty; -1 \rangle \cup [1; +\infty) \quad CS_1$$

II. Resolviendo: $x^2 - 1 < 3 \Leftrightarrow x \in \langle -2; 2 \rangle \quad CS_2$

$$\text{Dom}(f) = CS_1 \cap CS_2 = \langle -2; -1 \rangle \cup [1; 2 \rangle$$

En la función: $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 1; f(-x) = f(x)$

$\forall x \in \text{Dom}(f)$, luego decimos que es una función par.

Entonces bastará analizar: $x \in [1; 2 \rangle$

Además: $f'(x) = 2\left(x - \frac{1}{x^3}\right) > 0; \forall x \in [1; 2 \rangle$, luego notamos que:

$f(x)$ es creciente $\forall x \in [1; 2 \rangle$. Por tanto:

$$f(x) \in [f(1); f(2))$$

$$\therefore f(x) \in [3; 5,25)$$

Rpta.: E

PROBLEMA 13: La función polinomial $P(x) = ax^3 - bx^2 - b + a$, con $a \in \mathbb{Z}^+$, y tal que $P(1) < 4$, tiene dos raíces positivas iguales, entonces un valor de $a - b$ es:

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

Resolución: Del polinomio: $P(1) < 4 \rightarrow a + b - b + a < 4$

$$a < 2 \rightarrow a = 1 \text{ ya que } a \in \mathbb{Z}^+$$

Factorizamos según divisores binómicos:

$$P(x) = x^3 + bx^2 - b + 1$$

	1	b	0	-b+1
x = -1	-1	1-b	b-1	
	1	b-1	1-b	0

Luego: $P(x) = (x+1)(x^2 + (b-1)x + 1-b)$

Sabemos que $(x+1)$ genera una raíz negativa.

Entonces: $(x^2 + (b-1)x + 1-b)$, debe generar las raíces positivas iguales.

Aplicando propiedad:

$$\Delta = (b-1)^2 - 4(1-b) = 0$$

$$\Delta = (b-1)(b-1+4) = (b-1)(b+3) = 0$$

Aquí reconocemos que $b = -3$, pues si $b = 1$ las raíces serían nulas:

Luego, tenemos: $a = 1 \wedge b = -3$

$$\therefore a - b = 4$$

Rpta.: B

PROBLEMA 14: La suma de la serie:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{k^2+1} + \dots \text{tiende a:}$$

A) ∞

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{1}{2}$

E) 1

Resolución:

Sea la expresión:

$$S = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{k^2+1} + \dots$$

$$S = \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2-1} \right) = \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{(k-1)(k+1)} \right)$$

$$2S = \sum_{k=2}^{\infty} \left[\frac{2}{(k-1)(k+1)} \right] = \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k+1} \right)$$

Transformando convenientemente para aplicar la propiedad telescópica:

$$2S = \sum_{k=2}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} \right) + \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \right]$$

$$2S = \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} \right) + \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$2S = \frac{1}{1} - 0 + \frac{1}{2} - 0$$

$$2S = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

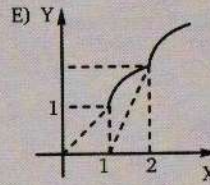
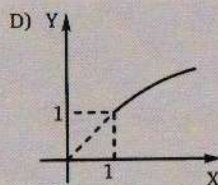
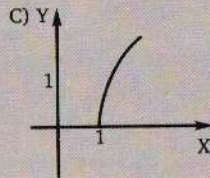
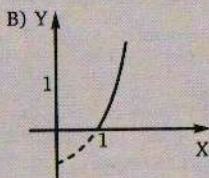
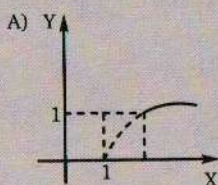
$$\therefore S = \frac{3}{4}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 15:

Sean $f, g: [1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ funciones definidas por: $f(x) = x^2 - |x|$ y $g(x) = \sqrt{x}$

Entonces la gráfica de la función composición $g \circ f$ es aproximadamente:



Resolución:

De los datos:

$$f(x) = x^2 - |x|; x \geq 1 \rightarrow f(x) = x^2 - x; x \geq 1$$

$$g(x) = \sqrt{x}; x \geq 1$$

Sabemos que:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Por definición:

$$x \in \{x \in \text{Dom}(f) / f(x) \in \text{Dom}(g)\}$$

Entonces:

$$(g \circ f)(x) = \sqrt{x^2 - x}; x \in \{x \geq 1 / x^2 - x \geq 1\}$$

Resolviendo:

$$x^2 - x - 1 \geq 0$$

Luego, tenemos:

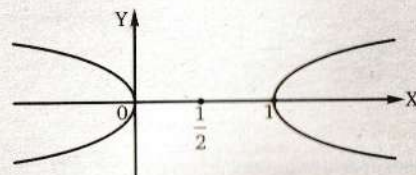
$$y = \sqrt{x^2 - x}; x \in \left[\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; \infty \right)$$

$$\rightarrow y^2 = x^2 - x$$

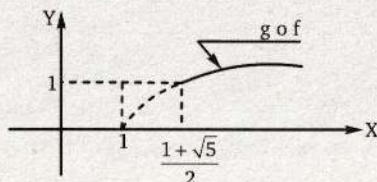
Completando cuadrados y agrupando convenientemente:

$$y^2 = \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{4}$$

$$\left(x - \frac{1}{2} \right)^2 - y^2 = \frac{1}{4} \text{ (hipérbola).}$$



Luego, restringiendo al dominio del problema:



Rpta.: A

PROBLEMA 16:

Sea: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ una matriz, entonces la matriz A^{49} está representada por:

A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 989 & 49 & 1 \end{bmatrix}$

B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 1080 & 49 & 1 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 1225 & 49 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 1127 & 49 & 1 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 1274 & 49 & 1 \end{bmatrix}$

Resolución:

Vamos a deducir A^n y luego calcularemos: A^{49}

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1+2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1+2+3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^3 \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1+2+3+4 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Vemos que se forma siempre una matriz triangular, entonces:

$$A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ n & 1 & 0 \\ 1+2+\dots+n & n & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ n & 1 & 0 \\ \frac{n(n+1)}{2} & n & 1 \end{bmatrix}; \forall n \in \mathbb{N}$$

Si $n = 49$, tenemos que:

$$A^{49} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ \frac{49(50)}{2} & 49 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^{49} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ 1225 & 49 & 1 \end{bmatrix}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 17: Los valores enteros x y y son los lados de un rectángulo. Si se cumple que:

$$a^2x + y < \frac{a}{a+1}; \quad \frac{1}{a^2}x + y < 11 + \frac{1}{a+1}, \text{ para } a > 0;$$

halle el rectángulo de mayor área.

A) $2u^2$

B) $3u^2$

C) $4u^2$

D) $5u^2$

E) $6u^2$

Resolución:

Sumando las inecuaciones tenemos que:

$$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)x + 2y < 12$$

Somo piden el mayor valor de xy ; con $x, y \in \mathbb{R}$; en tal caso $a^2 + \frac{1}{a^2}$ es mínimo.

Por propiedad: $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2; \forall a \neq 0 \rightarrow \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)_{\text{menor}} = 2$

Simplificando: $2x + 2y < 12 \rightarrow x + y < 6$

Como piden $(xy)_{\text{mayor}}$, entonces: $x = 3 \wedge y = 2$

$$\therefore A_{\text{mayor}} = 2 \times 3 = 6u^2$$

Rpta.: E

PROBLEMA 18: Sean x, z, N enteros no negativos. La cantidad de números N tales que:
 $10 < N < 35$, que no se puede expresar en la forma: $N = 5x + 8z$ es igual a:

- A) 1 B) 3 C) 7
 D) 5 E) 9

Resolución: Dado que: $N = 5x + 8z$
 Por condición: $10 < 5x + 8z < 35$, existen 24 valores enteros.
 $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
 $z \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$

Verificando los valores posibles:

$$\begin{aligned} z = 0 &\rightarrow N = 5x \rightarrow x = 3; 4; 5; 6 \rightarrow 4 \text{ valores.} \\ z = 1 &\rightarrow N = 5x + 8 \rightarrow x = 1; 2; 3; 4; 5 \rightarrow 5 \text{ valores.} \\ z = 2 &\rightarrow N = 5x + 16 \rightarrow x = 0; 1; 2; 3 \rightarrow 4 \text{ valores.} \\ z = 3 &\rightarrow N = 5x + 24 \rightarrow x = 0; 1; 2 \rightarrow 3 \text{ valores.} \\ z = 4 &\rightarrow N = 5x + 32 \rightarrow x = 0 \rightarrow 1 \text{ valor.} \end{aligned}$$

Se tienen 17 valores que cumplen dicha condición, por lo tanto:

$\therefore$ 7 valores no cumplen la condición.

Rpta.: C

UNI - 2002 - I

PROBLEMA 19: Dada la inecuación:

$$\frac{x-a}{x+a} < \frac{x-b}{x+b}; \text{ con } 0 < b < a$$

Su solución es unión de dos intervalos, siendo uno de ellos.

- A) $(-\infty; -b)$ B) $(-b; 0)$ C) $(-b; 0)$
 D) $(-a; -b)$ E) $(-a; \infty)$

Resolución: Dando forma conveniente a la inecuación tenemos:

$$\begin{aligned} x - \frac{2a}{x+a} &< x - \frac{2b}{x+b} \\ \rightarrow \frac{b}{x+b} - \frac{a}{x+a} &< 0 \end{aligned}$$

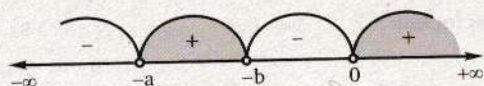
$$\frac{x(b-a)}{(x+a)(x+b)} < 0$$

Como $b < a$:

$$\frac{x}{(x+a)(x+b)} > 0$$

$$\rightarrow x(x+a)(x+b) > 0$$

Desarrollando por punto de corte:



$$CS = x \in (-a; -b) \cup (0; +\infty)$$

Como nos piden uno de los intervalos.

$$\therefore x \in (-a; -b)$$

Rpta.: D**PROBLEMA 20:**En la tabla siguiente aparecen varios valores de dos funciones f y g .

x	5	6	7	8
$f(x)$	8	7	6	5
$g(x)$	7	8	6	5

Determine el valor de: $\left[\frac{(g+f) \circ f - 2}{g \circ g} \right](6)$.

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

Resolución:

Redefiniendo:

$$\left[\frac{(g+f) \circ f - 2}{g \circ g} \right](6) = \frac{[(g+f) \circ f](6) - 2}{g \circ g(6)}$$

Por definición:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$\left[\frac{(g+f) \circ f - 2}{g \circ g} \right](6) = \frac{(f+g)(f(6)) - 2}{g(g(6))}$$

De la tabla:

$$\left[\frac{(g+f) \circ f - 2}{g \circ g} \right](6) = \frac{(f+g)(7) - 2}{g(8)} = \frac{f(7) + g(7) - 2}{g(8)}$$

$$\therefore \left[\frac{(g+f) \circ f - 2}{g \circ g} \right](6) = \frac{6+6-2}{5} = 2$$

Rpta.: C

PROBLEMA 21: Sea la inecuación:

$$\frac{a^{2(x-1)} \cdot a^{5-x}}{a^{5x}} < \frac{(a^{2x-1})^x}{a^{4x+2}} \text{ con } 0 < a < 1$$

Entonces, el menor valor entero de x que satisface la inecuación es:

A) -2

B) -1

C) 0

D) 1

E) 2

Resolución:

Efectuando las divisiones miembro a miembro:

$$a^{3-4x} < a^{2x^2-5x-2}$$

Como $0 < a < 1$; entonces:

$$3-4x > 2x^2-5x-2 \Leftrightarrow 2x^2-x-5 < 0$$

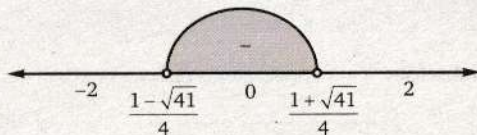
Multiplicando por 8 y completando cuadrados tenemos:

$$16x^2-8x-40+41 < 41$$

$$(4x-1)^2 < 41 \rightarrow -\sqrt{41} < 4x-1 < \sqrt{41}$$

$$\rightarrow \frac{1-\sqrt{41}}{4} < x < \frac{1+\sqrt{41}}{4}$$

Por puntos de corte tenemos:

Nos piden, el menor valor entero de x ; en la recta:

$$\therefore x = -1$$

Rpta.: B**PROBLEMA 22:**

Del sistema:

$$3^{x+1} - 2^y = 11$$

$$3^x + 2^{y+1} = 41$$

Halle: $\log_y x$ A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$

D) 2

E) 4

Resolución:

Redefinimos el sistema en forma conveniente:

$$3(3^x) - 2^y = 11 \quad \dots\dots(I)$$

$$3^x + 2(2^y) = 41 \quad \dots\dots(II)$$

Multiplicando (I) por 2 y sumando (II) tenemos:

$$7(3^x) = 63 \rightarrow 3^x = 9 \rightarrow x = 2$$

Reemplazando en la expresión (I):

$$27 - 2^y = 11 \rightarrow 2^y = 16 \rightarrow y = 4$$

Piden:

$$\log_y x = \log_4 2 = \log_{2^2} 2 = \frac{1}{2} \log_2 2$$

$$\therefore \log_y x = \frac{1}{2}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 23: Si z_1 y z_2 son las raíces cuadradas del número complejo $z \neq 0$, entonces el valor de: $(z_1 + z_2)^3$ es:

A) $z_1 z_2$

B) $z_1 z_2 z$

C) 0

D) 1

E) z^3

Resolución:

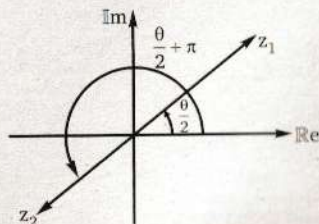
Aplicando la fórmula de D'Moivre:

$$\sqrt{z} = \sqrt{|z|} \cdot \text{cis} \left(\frac{\theta + 2k\pi}{2} \right) / k = 0, 1$$

$$k = 0 : z_1 = \sqrt{|x|} \text{cis} \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

$$k = 1 : z_2 = \sqrt{|x|} \text{cis} \left(\frac{\theta}{2} + \pi \right)$$

Se observa que tienen el mismo módulo y sus argumentos difieren en π , por lo tanto, son complejos opuestos, veamos en un gráfico:



$$\rightarrow z_1 + z_2 = 0$$

$$\therefore (z_1 + z_2)^3 = 0$$

Rpta.: C

PROBLEMA 24: Sean los conjuntos:

$$A = \left\{ x = \frac{r}{s} / r, s \in \mathbb{Z}, \text{ con } 1 < r < 3 \text{ y } 0 < s < 3 \right\}, B = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 2\}$$

Calcule: $A \cup B$.

A) $\langle 1; 2 \rangle$

B) $\langle 1; 2] \rangle$

C) $[1; 2 \rangle$

D) $[1; 2]$

E) $[2; 3 \rangle$

Resolución: Del conjunto podemos hacer que:

$$1 < r < 3 \rightarrow r = 2$$

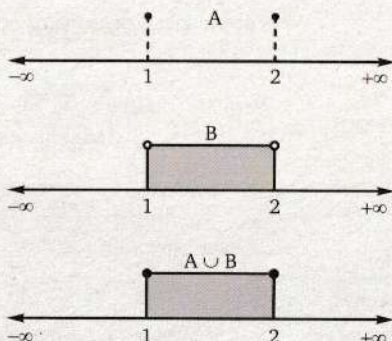
Además:

$$0 < s < 3 \rightarrow s = 1 \vee s = 2$$

Luego:

$$A = \{1; 2\}; B = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 2\}$$

Graficando ambos conjuntos y su unión tenemos:



$$\therefore A \cup B = [1; 2]$$

Rpta.: D

PROBLEMA 25:

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. Si todos los elementos de una fila (o columna) de una matriz cuadrada es cero, entonces, su determinante es cero.
- II. Si dos filas (o columnas) no nulas de una matriz cuadrada son iguales, entonces su determinante es cero.
- III. Si en una matriz cuadrada se intercambian dos filas (o columnas), entonces el determinante de la matriz original salvo el signo.

A) VVV

B) VFV

C) VVF

D) FVV

E) FFF

Resolución:

Según las propiedades de los determinantes se tiene:

- I. Si todos los elementos de una fila (o columna) de una matriz cuadrada es cero, entonces, su determinante es cero.

→ La proposición es verdadera.

- II. Si dos filas (o columnas) no nulas de una matriz cuadrada son iguales, entonces su determinante es cero.

→ La proposición es verdadera.

- III. Si en una matriz cuadrada se intercambian dos filas (o columnas), entonces el determinante de la matriz original cambia el signo.

→ La proposición es verdadera.

∴ La secuencia correcta es VVV

Rpta.: A

PROBLEMA 26:

El conjunto:

$A = \{x \in \mathbb{R} / a < -4 \text{ y } 2 - ax > \sqrt{x + ax^2}\}$ es igual a:

A) $\left(-\infty; 0\right] \cup \left[-\frac{1}{a}; \infty\right)$ B) $\left[0; -\frac{1}{a}\right]$ C) $\left(\frac{1}{a}; \infty\right)$ D) $\mathbb{R}$ E) $\left(-\infty; -\frac{1}{a}\right)$

Resolución:

Redefiniendo:

$$x \in A \leftrightarrow \underbrace{2 - ax > \sqrt{x + ax^2}}_{*}; a < -4$$

I. C. V. A. de (*):

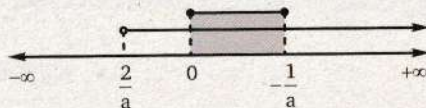
$$2 - ax > 0 \wedge x + ax^2 \geq 0$$

$$\rightarrow 2 > ax \wedge x(1 + ax) \geq 0$$

Como $a < -4$:

$$x > \frac{2}{a} \wedge 0 \leq x \leq -\frac{1}{a}$$

Intersecando:



$$CVA = \left[0; -\frac{1}{a} \right]$$

II. En la inecuación: $2 - ax > \sqrt{x + ax^2}$

Al cuadrado:

$$4 - 4ax + a^2x^2 > x + ax^2$$

$$\rightarrow (a^2 - a)x^2 - (4a + 1)x + 4 > 0 \dots (I)$$

Tenemos:

$$\text{Coeficiente Principal} = a^2 - a > 0$$

$$\text{Discriminante} = 24a + 1 < 0$$

Entonces (α) se verifica $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\therefore A = CS = CVA = \left[0; -\frac{1}{a} \right]$$

Rpta.: B

PROBLEMA 27:

Sean: (a_1, a_2, a_3) y (b_1, b_2, b_3) los tres primeros términos de una sucesión aritmética y geométrica, respectivamente, tales que:

$$a_2 - b_2 = |a_3 - b_3| = 0,4$$

Si la razón aritmética es 2 y la razón geométrica es $\frac{1}{2}$, entonces el valor de b_1 asociado al menor valor posibles de a_1 es:

A) -4,8

B) -8

C) -11,2

D) -14,4

E) -17,6

Resolución:

Por definición:

$$(a_1; a_2; a_3) \equiv (a_1; a_1 + 2; a_1 + 4)$$

$$(b_1; b_2; b_3) \equiv \left(b_1; \frac{1}{2}b_1; \frac{1}{4}b_1\right)$$

- Si $a_3 - b_3 \geq 0$

$$a_1 + 2 - \frac{1}{2}b_1 = a_1 + 4 - \frac{1}{4}b_1 = \frac{4}{10}$$

$$\rightarrow b_1 = -8 \text{ donde } a_1 = -5,6$$

- Si $a_3 - b_3 < 0$

$$a_1 + 2 - \frac{1}{2}b_1 = -a_1 - 4 + \frac{1}{4}b_1 = \frac{4}{10}$$

$$\rightarrow b_1 = -11,2 \text{ donde } a_1 = -7,2$$

Entonces, el mínimo valor de b para el menor valor de $a_1 = -7,2$ es:

$$\therefore b = -11,2$$

Rpta.: B**UNMSM - 2006 - II****PROBLEMA 28:**

Sólo tengo pantalones de color negro, azul y verde. Todos mis pantalones son de color negro, menos cuatro; todos son de color azul, menos cuatro; y todos son de color verde, menos cuatro. ¿Cuántos pantalones tengo en total?

A) 7

B) 5

C) 6

D) 8

E) 9

Resolución:

Hagamos que:

 $T = \text{total de pantalones.}$

Entonces:

Pantalones negros = $T - 4$ Pantalones azules = $T - 4$ Pantalones verdes = $T - 4$

 Total de pantalones = $3(T - 4)$

Resolviendo:

$$T = 3T - 12 = 6$$

$\therefore$ Tiene 6 pantalones.

Rpta.: C

PROBLEMA 29: Se quiere transportar 178 personas en vehículos de 2 tipos. Uno de los tipos tiene capacidad para 17 personas sentadas y el otro para 5. ¿Cuál es el menor número de vehículos que se debe utilizar para que ninguna persona viaje de pie y ningún asiento quede vacío?

- A) 14 B) 15 C) 13
D) 11 E) 12

Resolución: a: vehículos para 17 personas.

b: vehículos para 5 personas.

Entonces: $\text{Total Personas} = 17a + 5b = 178$

Resolvemos por simple inspección, los valores que puede tomar:

$$\begin{cases} a = 4 ; b = 22 \\ a = 9 ; b = 5 \end{cases}$$

Piden el menor N° de vehículos.

$$\therefore (a + b)_{\text{mínimo}} = 9 + 5 = 14$$

Rpta.: A

PROBLEMA 30: Si por el precio de 3 libros y 4 lapiceros, compro 7 cuadernos; y por el precio de 9 cuadernos y 12 lapiceros, compro 6 libros, ¿cuántos libros compraría por el precio de 16 cuadernos y 8 lapiceros?

- A) 16 B) 9 C) 14
D) 20 E) 22

Resolución: Podemos definir: a = libros.

b = lapiceros.

c = cuadernos

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 02

Del enunciado, formamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3a + 4b = 7c & \dots\dots(I) \\ 9c + 12b = 6a & \dots\dots(II) \end{cases}$$

De (I) tenemos: $3a = 7c - 4b$

Multiplicando por 2: $6a = 14c - 8b \dots\dots(III)$

Reemplazando (III) en (II) tenemos:

$$9c + 12b = 14c - 8b$$

$$5c = 20b \rightarrow c = 4b$$

Reemplazo en (I): $3a + 4b = 7(4b)$

$$3a + 4b = 28b \rightarrow a = 8b = 2c$$

Nos piden: $M = (16c + 8b)$ en función de a (libros).

$$M = 8(2c) + (8b)$$

$$M = 8a + a = 9a$$

$\therefore$ Se compraría 9 libros.

Rpta.: B

PROBLEMA 31: Si $\left(\frac{7^{15} - 7^n}{7^{n-4} - 7^{-3}} \right)^{\frac{1}{8}} = 7$; hallar la suma de cifras de "n".

A) 9

B) 8

C) 1

D) 3

E) 2

Resolución:

Elevando la ecuación propuesta al exponente ocho:

$$\frac{7^{15} - 7^n}{7^{n-4} - 7^{-3}} = 7^8$$

$$\Rightarrow 7^{15} - 7^n = 7^8(7^{n-4} - 7^3)$$

$$\Rightarrow 7^{15} - 7^n = 7^{n+4} - 7^{11}$$

$$\Rightarrow 7^{15} + 7^{11} = 7^{n+4} + 7^n$$

Factorizando: $7^{11}(\cancel{7^4} + 1) = 7^n(\cancel{7^4} + 1)$

Igualando los exponentes tenemos:

$$n = 11$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras} = 1 + 1 = 2$$

Rpta.: E

PROBLEMA 32: Con respecto a las raíces del polinomio: $P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$, marcar la alternativa correcta.

- A) No tiene raíces negativas. B) Sólo tiene dos raíces negativas.
C) Tiene cuatro raíces negativas.
D) Sólo tiene tres raíces negativas. E) Sólo tiene una raíz negativa.

Resolución:

Descomponemos convenientemente y completando cuadrados:

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x^2 - 4x + 2 + 3$$

$$\Rightarrow P(x) = (x^2 - x)^2 + 2(x - 1)^2 + 3$$

Pero notamos: $(x^2 - x)^2 \geq 0 \wedge 2(x - 1)^2 \geq 0$

Entonces: $P(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Sea α una raíz de $P(x)$, entonces:

$$P(\alpha) = 0$$

Pero si $P(x) > 0$, se deduce que $P(x)$ no tiene raíces reales.

$\therefore$ No tiene raíces negativas.

Rpta.: A

PROBLEMA 33: Sean: $a; b; c; d; e$, cinco términos consecutivos de una progresión aritmética.

Si $a + e = 30$, entonces el valor de c^2 es:

A) 256

B) 100

C) 144

D) 196

E) 225

Resolución:

Son los términos de la sucesión:

$a; b; c; d; e$

Sabemos por propiedades, que en una progresión aritmética con un número impar de elementos, el valor del término medio es la semisuma de los extremos.

Entonces:
$$c = \frac{a + e}{2} \dots\dots(I)$$

Del dato, tenemos: $a + e = 30$

Reemplazando en (I):

$$c = \frac{30}{2} = 15$$

$$\therefore c^2 = 225$$

Rpta.: E

UNMSM - 2007

PROBLEMA 34: Uno de los valores de x que satisface la ecuación: $9^x - 3^{x+2} + 18 = 0$; es:

A) $1 + \log_2(3)$ B) $1 + \log_3(6)$ C) $1 + \log_3(2)$ D) $1 + \log(2)$ E) $1 - \log_3(2)$

Resolución:

Ordenando:

$$(3^x)^2 - 3^x \cdot 3^2 + 18 = 0$$

$$(3^x - 6)(3^x - 3) = 0$$

En la primera expresión tenemos que:

$$3^x - 6 = 0 \rightarrow 3^x = 6$$

Aplicando logaritmos y sus propiedades tenemos:

$$\log 3^x = \log 6 \rightarrow x \log 3 = \log 6$$

$$x = \frac{\log 6}{\log 3} = \log_3 6 = \log_3 3 + \log_3 2$$

$$\rightarrow x = 1 + \log_3 2$$

De la misma manera, operamos la segunda expresión:

$$3^x - 3 = 0 \rightarrow 3^x = 3$$

$$\log 3^x = \log 3 \rightarrow x \log 3 = \log 3$$

$$\rightarrow x = 1$$

Existen finalmente 2 valores para la ecuación inicial.

$$\therefore x = 1 + \log_3 2$$

Rpta.: D

PROBLEMA 35: Si se satisfacen: $10^{x-1} + 10^{y+2} = 2p - 1$; $x - y - 3 = \log \left(\frac{p+q-1}{p-q} \right)$

hallar: $10^{x-1} - 10^{y+2}$

A) $2q$

B) $2q - 1$

C) $2p + 1$

D) $p + q$

E) $2q + 1$

Resolución:

Trabajando con las ecuaciones dadas:

$$\log \left(\frac{p+q-1}{p-q} \right) = x - y - 3$$

Aplicando logaritmos tenemos:

$$\frac{p+q-1}{p-q} = 10^{x-y-3} = \frac{10^{x-1}}{10^{y+2}} \dots (I)$$

Aumentándole a cada miembro (+ 1) en (α):

$$1 + \frac{p+q-1}{p-q} = \frac{10^{x-1}}{10^{y+2}} + 1$$

$$\frac{p-q+p+q-1}{p-q} = \frac{10^{x-1} + 10^{y+2}}{10^{y+2}}$$

$$\rightarrow \frac{2p-1}{p-q} = \frac{10^{x-1} + 10^{y+2}}{10^{y+2}}$$

Pero, por dato: $10^{x-1} + 10^{y+2} = 2p - 1$

Anulando las expresiones iguales:

$$p - q = 10^{y+2} \quad \dots\dots (II)$$

Ahora, disminuyendo (- 1) a cada miembro en (α):

$$\frac{p+q-1}{p-q} - 1 = \frac{10^{x-1}}{10^{y+2}} - 1$$

$$\frac{2q-1}{p-q} = \frac{10^{x-1} - 10^{y+2}}{10^{y+2}} \quad \dots\dots (III)$$

Finalmente (III) en (II) obtenemos lo pedido:

$$\therefore 10^{x-1} - 10^{y+2} = 2q - 1$$

Rpta.: B

PROBLEMA 36: Sea el polinomio: $P(x) = 8x^3 + ax^2 + bx + c$, que tiene como raíces a: $-3; -\frac{1}{4}; \frac{1}{2}$ entonces $P(x+1)$ es:

- A) $8x^3 + 22x^2 - 17x - 3$ B) $8x^3 + 46x^2 + 61x + 20$ C) $8x^3 + 41x^2 - 3x - 3$
D) $8x^3 + 37x^2 + 6x - 12$ E) $8x^3 + 35x^2 - 7x - 3$

Resolución:

Según las raíces, el polinomio dado se puede reescribir así:

$$P(x) = (x+3)(4x+1)(2x-1)$$

Reemplazando "x" por (x + 1):

$$P(x+1) \equiv (x+4)(4x+5)(2x+1)$$

$$\therefore P(x+1) \equiv 8x^3 + 46x^2 + 61x + 20$$

Rpta.: B

PROBLEMA 37: Si n es un entero positivo que cumple la igualdad:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{n+9}$$

entonces, las raíces de: $P(x) = 16x^2 + nx - \frac{n^2}{8}$ son :

A) $\frac{1}{4}; 2$

B) $\frac{1}{4}; -1$

C) $-\frac{1}{2}; 1$

D) $\frac{1}{2}; -2$

E) $\frac{1}{2}; -1$

Resolución:

Por condición:

$$\sum_{k=1}^n \left[\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} \right] = \frac{n}{n+9}$$

$$\sum_{k=1}^n \left[\frac{2}{(2k-1)(2k+1)} \right] = \frac{2n}{n+9}$$

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right) = \frac{2n}{n+9}$$

Propiedad telescópica:

$$1 - \frac{1}{2n+1} = \frac{2n}{n+9}$$

$$\frac{2n}{2n+1} = \frac{2n}{n+9}$$

$$2n+1 = n+9$$

$$n = 8$$

Ahora en el polinomio:

$$P(x) = 16x^2 + 8x - 8$$

$$P(x) \equiv (8x+8)(2x-1)$$

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 02

Las raíces del polinomio se obtienen de:

$$(8x + 8)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \vee x = \frac{1}{2}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 38: Si $x + x^{-1} = \sqrt{2}$, calcular $x^9 + x^{-9}$

A) $2\sqrt{2}$

B) $\sqrt{2}$

C) $3\sqrt{2}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Resolución:

Elevando al cubo: $(x + x^{-1})^3 = (\sqrt{2})^3$

$$x^3 + x^{-3} + 3x + 3x^{-1} = 2\sqrt{2}$$

$$x^3 + x^{-3} + 3(x + x^{-1}) = 2\sqrt{2}$$

$$x^3 + x^{-3} = -\sqrt{2}$$

Elevando al cubo: $(x^3 + x^{-3})^3 = (-\sqrt{2})^3$

$$x^9 + x^{-9} + 3x^3 + 3x^{-3} = -2\sqrt{2}$$

$$x^9 + x^{-9} + 3(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$$

$$\therefore x^9 + x^{-9} = \sqrt{2}$$

Rpta.: B

PROBLEMA 39: Calcular el valor de la expresión siguiente cuando: $x = 2$ e $y = 3$.

$$E = \left[\frac{\frac{x\sqrt{y^{-4}}}{y\sqrt{x^{-2}}}}{\frac{x^{\frac{2}{3}}\sqrt{y^{-1}}}{y^3\sqrt{x^{-2}}}} \right]^3$$

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B) 2

C) $\sqrt{2}$

D) $\frac{1}{2}$

E) $\sqrt[3]{2}$

Resolución:

Reduciendo la expresión tenemos:

$$E = \left[\frac{\sqrt{xy^{-2}}}{\frac{x^{2/3} y^{-1/2}}{yx^{2/3}}} \right]^3 = \left[\frac{x^{1/2} y^{-1}}{y^{1/2} x^{-1/2}} \right]^3$$

$$E = \left[\frac{x^{3/2}}{y^{3/2}} \right]^3 = \left[x^{-1/3} \right]^3 = x^{-1}$$

Reemplazamos el valor de $x = 2$:

$$\therefore E = \frac{1}{2}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 40:

Hallar el valor de $m + n$ sabiendo que al dividir: $mx^2 + nx - 1$ entre $x + 1$ el residuo es cero y al dividirlo entre $2x + 1$ el residuo es -1 .

A) 1

B) -1

C) 0

D) 2

E) 3

Resolución:

De los datos: $\frac{P(x)}{x+1} = \frac{mx^2 + nx - 1}{x+1}$

Aplicando teorema del resto tenemos: $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

Reemplazando: $m - n - 1 = 0 \dots\dots(I)$

También tenemos: $\frac{P(x)}{2x+1} = \frac{mx^2 + nx - 1}{2x+1}$

Aplicando teorema del resto tenemos: $2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

Reemplazando: $\frac{m}{4} - \frac{n}{2} - 1 = -1 \Rightarrow m - 2n = 0 \dots\dots(II)$

Resolvemos (I) en (II):

$$n = 1 \wedge m = 2$$

$$\therefore m + n = 3$$

Rpta.: E

PROBLEMA 41: Si $z^2 = 113 + f(z)$, hallar la suma de los valores de z que resuelven la ecuación:
 $2f(z) = z + 5$

A) $-\frac{1}{4}$

B) $\frac{2}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $-\frac{1}{2}$

E) $\frac{1}{2}$

Resolución:

Sean las raíces r_1 y r_2 .

Del primer dato: $f(z) = z^2 - 113$

Reemplazando: $2(z^2 - 113) = z + 5$

$$2z^2 - 226 = z + 5$$

$$2z^2 - z - 231 = 0$$

Como piden la suma de raíces, aplicamos teorema de Cardano:

$$r_1 + r_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{(-1)}{2}$$

$$\therefore r_1 + r_2 = \frac{1}{2}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 42: Si se satisfacen: $x + y = \sqrt{5}$
 $xy = 2$

Hallar: $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$

A) $\frac{2}{3}$

B) 1

C) $\frac{1}{3}$

D) 3

E) $\frac{1}{2}$

Resolución:

Sabemos que por trinomio cuadrado perfecto:

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

De los datos: $x + y = \sqrt{5} \wedge xy = 2$

Reemplazando: $(\sqrt{5})^2 = x^2 + y^2 + 2(2)$

$$5 = x^2 + y^2 + 4$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

Nos piden: $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy}$

Reemplazando las expresiones tenemos:

$$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 43: En logaritmos de base 10:

$$x_n = \log \frac{3}{2} + \log \left(\frac{4}{3} \right)^2 + \dots + \log \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n-1}$$

Entonces el valor de:

$$\frac{10^{-x_n} + (n+1)^n}{n!} - n \text{ es:}$$

A) 3

B) 2

C) $\frac{1}{2}$

D) 1

E) $\frac{1}{3}$

Resolución:

Aplicamos propiedades de logaritmos para obtener x_n inductivamente.

$$x_1 = \log \frac{3}{2} = \log \left(\frac{3^1}{1 \cdot 2} \right)$$

$$x_2 = \log \frac{3}{2} + \log \left(\frac{4}{3} \right)^2 = \log \frac{3}{2} + \log \frac{16}{9}$$

$$\rightarrow x_2 = \log \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{16}{9} \right) = \log \frac{8}{3} = \log \left(\frac{4^2}{2 \cdot 3} \right)$$

$$x_3 = \log \frac{3}{2} + \log \left(\frac{4}{3} \right)^2 + \log \left(\frac{5}{4} \right)^3 = \log \frac{3}{2} + \log \frac{16}{9} + \log \frac{125}{64}$$

$$\rightarrow x_3 = \log \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{125}{64} \right) = \log \left(\frac{125}{24} \right) = \log \left(\frac{5^3}{2 \cdot 3 \cdot 4} \right)$$

Para el dato:
$$x_n = \log \frac{3}{2} + \log \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \log \left(\frac{5}{4}\right)^3 + \dots + \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n-1}$$

Por inducción:
$$x_n = \log \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{16}{9} \cdot \dots \cdot \frac{(n+1)^{n-1}}{n^{n-1}} \right) = \log \left(\frac{(n+1)^{n-1}}{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} \right)$$

$$x_n = \log \frac{(n+1)^{n-1}}{n!}$$

Para lo pedido aplicamos definición de logaritmos:

$$\log_a b = N \wedge b = N^a$$

$$10^{x_n} = \frac{(n+1)^{n-1}}{n!}$$

Nos piden:
$$M = \frac{10^{-x_n} (n+1)^n}{n!} - n$$

Reemplazando:
$$M = \frac{\left(\frac{n!}{(n+1)^{n-1}} \right) (n+1)^n}{n!} - n$$

$$M = \frac{(n+1)^n}{(n+1)^{n-1}} - n = (n+1)^{n-n+1} - n$$

$$\therefore M = n+1 - n = 1$$

Rpta.: D

CATÓLICA - 2008 - I

PROBLEMA 44: Un comerciante compra libros a 50 soles cada uno; por cada docena le obsequian un libro, obteniendo en total 780 libros, si desea regalar 30 libros, ¿A qué precio debe vender cada libro para ganar 6000 soles?

A) 54

B) 62

C) 60

D) 56

E) 58

Resolución: De los datos si le regalán un libro por docena comprada:

$$\frac{780}{13} = 60 \text{ docenas.}$$

Entonces a comprado solo $60 \times 12 = 720$ libros a S/. 50 cada uno.

Por dato quiere regalar 30 libros, tiene disponibles para vender:

$$780 - 30 = 750$$

Sabemos que el precio de venta: x debe ser:

$$750x = 50(720) + 6000$$

$$750x = 36000 + 6000$$

$$\therefore x = 56$$

Rpta.: D

PROBLEMA 45: Un regalo envuelto cuesta 13 soles y sin envolverlo cuesta 11 soles más de lo que cobraron por envolverlo. ¿Cuánto cobran por envolverlo?

A) S/. 1,50

B) S/. 0,75

C) S/. 1,00

D) S/. 2,00

E) S/. 0,50

Resolución: Precio del regalo: P

Precio por envolverlo: $E = ?$

De los datos: $P + E = 13$ (I)

$P = 11 + E$ (II)

Reemplazando (II) en (I) tenemos:

$$11 + 2E = 13$$

$$\therefore E = S/.1$$

Rpta.: C

PROBLEMA 46: Un hombre tiene 120 fichas entre azules y rojas, si le quitamos cuatro fichas a cada color, se sabe que el triple de las fichas azules es igual a las fichas rojas. ¿Cuántas fichas rojas había al comienzo?

A) 82

B) 92

C) 102

D) 32

E) 88

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 02

Resolución: De los datos: Azules: a
Rojas: r

Planteamos los datos como sistema de ecuaciones:

$$a + r = 120 \quad \dots (I)$$

$$3(a - 4) = r - 4 \quad \dots (II)$$

Reemplazando (I) en (II) tenemos:

$$3a - 12 = 120 - a - 4$$

$$4a = 128$$

$$a = 32$$

Reemplazando:

$$32 + r = 120$$

$$\therefore r = 88$$
Rpta.: E

PROBLEMA 47: ¿Cuántas palabras diferentes y sin significado se pueden formar con la palabra TERRIBLE poniendo siempre la letra "B" en primer lugar?

- A) 5040 B) 1260 C) 720
D) 120 E) 1024

Resolución: La palabra TERRIBLE tiene 7 letras.
También sabemos que se repiten 2 veces las letras R y E.
Si B es primero, quedan 7 espacios, aplicando permutación con repetición.

$$P = \frac{7!}{2! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 2}$$

$$\therefore P = 1260$$

Rpta.: B

PROBLEMA 48: Un espectáculo público cubre sus gastos con las entradas de 30 adultos más 70 niños o de 42 adultos más 18 niños. Si entrarán solo niños. ¿Cuántas entradas cubrirán sus gastos?

- A) 216 B) 200 C) 160
D) 178 E) 232

Resolución:

Planteamos: x : Adultos y : Niños

Por dato: $30x + 70y = 42x + 18y$

$$52y = 12x \rightarrow x = \frac{13}{3}y$$

Reemplazando en función de y sabremos el número de niños.

$$N = 30x + 70y = 30\left(\frac{13}{3}y\right) + 70y = 130y + 70y$$

$$N = 200y$$

$\therefore$ Con 200 niños se cubren los gastos.

Rpta.: B

PROBLEMA 49:

La suma de 20 números naturales consecutivos es m , entonces la suma de los 20 números siguientes es:

A) $m + 590$

B) $m + 210$

C) $m + 400$

D) $2m$

E) $m + 390$

Resolución:

Por dato: $a + (a + 1) + (a + 2) + \dots + (a + 19) = m$

$$20a + (1 + 2 + 3 + \dots + 19) = m$$

Por propiedad de series numéricas:

$$20a + \left(\frac{1+19}{2}\right) \cdot 19 = m$$

$$a = \frac{m - 190}{20} \dots\dots (I)$$

Piden:

$$G = (a + 20) + (a + 21) + (a + 22) + \dots + (a + 39)$$

$$G = 20a + (20 + 21 + 22 + \dots + 39)$$

Volvemos a aplicar: $G = 20a + \left(\frac{20+39}{2}\right) \times 20 \dots\dots (II)$

Reemplazando (I) en (II):

$$G = 20\left(\frac{m - 190}{20}\right) + 59 \cdot 10$$

$$G = m - 190 + 590$$

$$\therefore G = m + 400$$

Rpta.: C

- | | |
|-----------|--|
| 2 | El polinomio - Productos Notables |
| 3 | División Algebraica - Divisibilidad Algebraica |
| 4 | Factorización - Fracciones |
| 5 | Radicación - Racionalización |
| 6 | Potencia de un Binomio - Factorial de un Número -Combinatoria |
| 7 | Números Complejos |
| 8 | Ecuaciones |
| 9 | Desigualdades - Inecuaciones |
| 10 | Relaciones - Funciones |
| 11 | Función Exponencial - Logarítmación |
| 12 | Sucesiones - Series |
| 13 | Matrices - Determinantes |
| 14 | Sistema de Ecuaciones |
| 15 | Programación Lineal - Gráficas de Relaciones |

Teléfonos: 424 - 6350

992 - 796104



/ fondoeditorialrodo

editorialrodo@gmail.com



N°

TEMA

1

Leyes de Exponentes - Ecuaciones Exponenciales